

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал) КФУ



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель директора по  
образовательной деятельности  
Елабужского института ЕИ КФУ  
  
И.П. Михайлова  
« 01 » марта 2024 г.  
МП

**Программа дисциплины (модуля)**

ОП.10 Численные методы

Направление подготовки/специальность: 09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Квалификация выпускника: Программист

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2024

## 1. Цели освоения дисциплины

*формирование знаний по:*

- методам хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;

- методам решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;

*формирование умений по:*

- использованию основных численных методов решения математических задач;

- выбору оптимального численного метода для решения поставленной задачи;

- определению математических характеристик точности исходной информации и оценки точности полученного численного решения;

- разработке алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

## 2. Место дисциплины в структуре ПССЗ

Учебная дисциплина ОП.10 «Численные методы» является общепрофессиональной дисциплиной профессионального цикла в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

Осваивается на третьем курсе (5 семестр).

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются компетенции:

| Индекс компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|--------------------|---|
| ОК 01              | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.                   |
| ОК 02              | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности |
| ОК 09              | Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности  |

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;

- методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- использовать основные численные методы решения математических задач;

- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;

- давать математические характеристики точности исходной информации и оценку точности полученного численного решения;

- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

## 4. Структура и содержание дисциплины

### 4.1. Общая трудоемкость дисциплины в часах

Общая трудоемкость дисциплины составляет 63 час.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине: дифференцированный зачет в 5 семестре.

| Разделы и темы дисциплины       |   | Се<br>ме<br>ст<br>р | Виды и часы аудиторной<br>работы, их трудоемкость<br>(в часах) |                             |                            | Самостоя<br>тельная<br>работа | Текущие<br>формы<br>контрол<br>я |
|---------------------------------|---|---------------------|--|-----------------------------|----------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
|                                 |   |                     | Лекци<br>и   | Практи<br>ческие<br>занятия | Лаборато<br>рные<br>работы |                               |                                  |
| Тема 1                          | Элементы теории погрешностей                                    | 5                   | 2  | 2                           | 0                          | 0,10                          | Лабораторная работа              |
| Тема 2                          | Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений | 5                   | 6  | 8                           | 0                          | 0,30                          | Лабораторная работа              |
| Тема 3                          | Решение систем линейных алгебраических уравнений                | 5                   | 4  | 6                           | 0                          | 0,30                          | Лабораторная работа              |
| Тема 4                          | Интерполирование и экстраполирование функций                    | 5                   | 6  | 8                           | 0                          | 0,60                          | Лабораторная работа              |
| Тема 5                          | Численное интегрирование  | 5                   | 2  | 6                           | 0                          | 0,30                          | Лабораторная работа              |
| Тема 6                          | Обработка экспериментальных данных                              | 5                   | 4  | 6                           | 0                          | 0,40                          | Лабораторная работа              |
| <b>Всего: 62</b>                |   |                     | <b>24</b>  | <b>36</b>                   | <b>0</b>                   | <b>2</b>                      |                                  |
| <b>Консультация</b>             |   |                     | <b>1</b>   |                             |                            |                               |                                  |
| <b>Дифференцированный зачет</b> |   |                     | <b>0</b>   |                             |                            |                               |                                  |
| <b>Всего по дисциплине</b>      |   |                     | <b>63</b>  |                             |                            |                               |                                  |

\* письменная контрольная точка

## 4.2. Содержание дисциплины

| Наименование разделов и тем  | Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся   | Объем часов (лек/ пр.з./самост) | Уровень освоения* |
|--|---|---------------------------------|-------------------|
| 1  | 2   | 3                               | 4                 |
| <b>Тема 1. Элементы теории погрешностей</b>                                    | <b>Содержание учебного материала</b>  | <b>4,10<br/>(2/2/0,10)</b>      |                   |
|  | Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи   | 2                               | 1                 |
|  | <b>Практические занятия:</b><br>1 Элементарная теория погрешностей  | 2                               | 2                 |
|  | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>1 Подготовка лабораторной работы по теме «Элементарная теория погрешностей»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. | 0,10                            | 3                 |
| <b>Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений</b> | <b>Содержание учебного материала</b>  | <b>1430<br/>(6/8/0,30)</b>      |                   |
|  | 1 Постановка задачи локализации корней.   | 2                               | 1                 |
|  | 2 Численные методы решения уравнений  | 4                               | 1                 |
|  | <b>Практические занятия</b><br>1 Основы программирования в SciLab. Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной   | 8                               | 2                 |
|  | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>1 Подготовка лабораторной работы по теме «Основы программирования в SciLab»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:   | 0,15                            | 3                 |

|   |  |                                   |   |
|---|--|-----------------------------------|---|
|   | <p><a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>   |                                   |   |
|   | <p>2 Подготовка лабораторной работы по теме «Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной»</p> <p>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> | 0,15                              | 3 |
| <b>Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений</b> | <b>Содержание учебного материала</b>   | <b>10,30</b><br><b>(4/6/0,30)</b> |   |
|   | 1 Метод Гаусса.  | 1                                 | 1 |
|   | 2 Метод итераций   | 2                                 | 1 |
|   | 3 Метод Зейделя  | 1                                 | 1 |
|   | <b>Практические занятия</b><br>1 Решение систем уравнений  | 6                                 | 2 |
|   | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>1 Подготовка лабораторной работы по теме «Решение систем уравнений»  | 0,30                              | 3 |
|   | <p>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL:</p>  |                                   |   |

|  |  |                             |   |
|--|--|-----------------------------|---|
|  | <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.  |                             |   |
| <b>Тема 4.<br/>Интерполирование и<br/>экстраполирование<br/>функций</b>  | <b>Содержание учебного материала</b>   | <b>14,60<br/>(6/8/0,60)</b> |   |
|  | 1 Интерполяционный многочлен Лагранжа.   | 2                           | 1 |
|  | 2 Интерполяционные формулы Ньютона   | 2                           | 1 |
|  | 3 Интерполирование сплайнами   | 2                           | 1 |
|  | <b>Практические занятия</b><br>1 Методы интерполяции   | 8                           | 2 |
| <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>1 Подготовка лабораторной работы по теме «Методы интерполяции»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. | 0,60   | 3                           |   |
| <b>Тема 5. Численное<br/>интегрирование</b>  | <b>Содержание учебного материала</b>   | <b>8,30<br/>(2/6/0,30)</b>  |   |
|  | 1 Формулы Ньютона - Котеса: метод прямоугольников.   | 1                           | 1 |
|  | 2 Формулы Ньютона - Котеса: метод трапеций   | 1                           | 1 |
|  | <b>Практические занятия</b><br>1 Численное интегрирование  | 6                           | 2 |
|  | <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>Подготовка лабораторной работы по теме «Численное интегрирование»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - | 0,30                        | 3 |

|  |  |                                   |   |
|--|--|-----------------------------------|---|
|  | ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. -<br>URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). –<br>Режим доступа: по подписке. |                                   |   |
| <b>Тема 6. Обработка экспериментальных данных</b>  | <b>Содержание учебного материала</b>   | <b>10,40</b><br><b>(4/6/0,40)</b> |   |
|  | 1 Линейная и квадратичная регрессии.   | 2                                 | 1 |
|  | 2 Метод средних  | 1                                 | 1 |
|  | 3 Метод наименьших квадратов   | 1                                 | 1 |
|  | <b>Практические занятия</b><br>1 Аппроксимация   | 6                                 | 2 |
| <b>Самостоятельная работа обучающегося</b><br>Подготовка лабораторной работы по теме «Аппроксимация»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. | 0,40   | 3                                 |   |
| <b>Всего</b>   |  | <b>62</b><br><b>(24/36/2)</b>     |   |
| <b>Консультация</b>  |  | <b>1</b>                          |   |
| <b>Всего по дисциплине</b>   |  | <b>63</b>                         |   |

\*Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

### 4.3. Структура и содержание самостоятельной работы студентов

| Темы дисциплины |  | Виды самостоятельной работы   | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----------------|--|---|------------------------|---------------------------------------|
| 1               | 2  | 3   | 4                      | 5                                     |
| Тема 1          | <b>Элементы теории погрешностей</b>                                    | <p>Подготовка лабораторной работы по теме «Элементарная теория погрешностей» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> | 0,10                   | Лабораторная работа                   |
| Тема 2          | <b>Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений</b> | <p>Подготовка лабораторной работы по теме «Основы программирования в SciLab» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> | 0,15                   | Лабораторная работа                   |



|        |   |   |      |                     |
|--------|---|---|------|---------------------|
|        |   | <p>Подготовка лабораторной работы по теме «Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной»</p> <p>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:<a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL:<a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения:29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> | 0,15 |                     |
| Тема 3 | <b>Решение систем линейных алгебраических уравнений</b> | <p>Подготовка лабораторной работы по теме «Решение систем уравнений»</p> <p>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:<a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>                           | 0,30 | Лабораторная работа |

|        |   |  |      |                     |
|--------|---|--|------|---------------------|
| Тема 4 | <b>Интерполирование и экстраполирование функций</b> | <p>Подготовка лабораторной работы по теме «Методы интерполяции»</p> <p>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. -</p> <p>Текст: электронный. -</p> <p>URL:<a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> <p>Канцелал, С. А. Алгоритмизация и</p> | 0,60 | Лабораторная работа |
|--------|---|--|------|---------------------|



|                            |   |   |          |                     |
|----------------------------|---|---|----------|---------------------|
|                            |   | программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.   |          |                     |
| Тема 5                     | <b>Численное интегрирование</b>           | Подготовка лабораторной работы по теме «Численное интегрирование»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. | 0,30     | Лабораторная работа |
| Тема 6                     | <b>Обработка экспериментальных данных</b> | Подготовка лабораторной работы по теме «Аппроксимация»<br>Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1794612">https://znanium.com/catalog/product/1794612</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.<br>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.            | 0,40     | Лабораторная работа |
| <b>Всего по дисциплине</b> |   |   | <b>2</b> |                     |

## 5. Образовательные технологии

Освоение дисциплины «Численные методы» предполагает использование как

традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических

материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ, включающих подготовку и выступления студентов на семинарских занятиях с фото-, аудио- и видеоматериалами по предложенной тематике. Выполнение заданий требует использования не только учебников и пособий, но и информации, содержащейся в Интернете.

На лекциях и лабораторных занятиях используются:

- информационная и презентационная лекция;
- беседы и дискуссии.

### **Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах**

| Номер темы          | Наименование темы                            | Форма проведения занятия        | Объем в часах |
|---------------------|--|---------------------------------|---------------|
| Тема 2              | <b>Решение уравнений с одной неизвестной</b> | Информационно-проблемная лекция | 6             |
| Тема 3              | <b>Решение систем линейных уравнений</b>     | Информационно-проблемная лекция | 4             |
| Тема 4              | <b>Интерполирование</b>                      | Информационно-проблемная лекция | 6             |
| Тема 6              | <b>Обработка экспериментальных данных</b>    | Информационно-проблемная лекция | 4             |
| Всего по дисциплине |  |                                 | 20            |

### **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7 Таблица соответствия компетенций, критериев оценки их освоения и оценочных средств**

| Шифр компетенции | Планируемые результаты обучения   | Оценочные средства   | Критерии оценивания результатов обучения (баллы) |  |                                   |                                      |
|------------------|---|--|--|--|-----------------------------------|--------------------------------------|
|                  |   |  | 2  | 3  | 4                                 | 5                                    |
| ОК 01            | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцир | Не знает, допускает грубые ошибки                | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень знаний |

|       |   |  |  |  |   |                                      |
|-------|---|--|--|--|---|--------------------------------------|
|       | линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ   | ованному зачету 1-10   |  |  |   |                                      |
|       | Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи  | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 | Не умеет, демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки   | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |
| ОК 02 | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 | Не знает<br>Допускает грубые ошибки                                | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме                   | Демонстрирует высокий уровень знаний |
|       | Уметь использовать основные численные методы решения математических задач   | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 | Не умеет<br>Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |

|       |   |  |                                     |  |                                   |                                      |
|-------|---|--|-------------------------------------|--|-----------------------------------|--------------------------------------|
| ОК 09 | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 | Не знает<br>Допускает грубые ошибки | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень знаний |
|-------|---|--|-------------------------------------|--|-----------------------------------|--------------------------------------|

|  |   |  |  |  |   |                                      |
|--|---|--|--|--|---|--------------------------------------|
|  | Уметь использовать основные численные методы решения математических задач | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 | Не умеет<br>Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |
|--|---|--|--|--|---|--------------------------------------|

## 8. Методические указания для обучающихся при освоении дисциплины

Работа на практических занятиях предполагает активное участие в дискуссиях и решении задач. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них.

При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например на сайте <http://dic.academic.ru>.

При подготовке обучающихся по темам используются конспекты лекций и источники основной и дополнительной литературы. Подготовка докладов осуществляется с использованием нормативно-правовых документов и учебников.

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы. Работа на практических занятиях предполагает активное участие в дискуссиях и решении задач. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых, схем, способов, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Промежуточная аттестация по этой дисциплине проводится в форме дифференцированного зачёта. При подготовке к дифференцированному зачёту необходимо опираться, прежде всего, на источники, которые разбирались на лекционных занятиях и на материалы практических занятий. В каждом билете содержится два вопроса.



## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

О

Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев  
· под ред. Л.Г. Гагариной — Москва : ФОРУМ · ИНФРА-М, 2023 — 336 с. — (Среднее

|   |
|---|
| <p>профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL:<a href="https://znanium.com/catalog/product/1896459">https://znanium.com/catalog/product/1896459</a> (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>  |
| <p>Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование : учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1189320">https://znanium.com/catalog/product/1189320</a> (дата обращения: 30.10.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>   |
| <p>Колдаев, В. Д. Основы алгоритмизации и программирования : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. — 414 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0733-7. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1735805">https://znanium.com/catalog/product/1735805</a> (дата обращения: 30.10.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>   |
| <p>Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5- 00101-836-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/126099">https://e.lanbook.com/book/126099</a> (дата обращения: 14.10.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.</p>   |
| <p>Дополнительная литература:</p>   |
| <p>Голицына, О. Л. Основы алгоритмизации и программирования : учебное пособие / О.Л. Голицына, И.И. Попов. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 431 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-00091-570-7. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1150328">https://znanium.com/catalog/product/1150328</a> (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>  |
| <p>Немцова, Т. И. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке C++ : учебное пособие / Т.И. Немцова, С.Ю. Голова, А.И. Терентьев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2024. — 512 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0699-6. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/2083383">https://znanium.com/catalog/product/2083383</a> (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.</p> |
| <p>Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А. В. Гулин, О. С. Мажорова, В. А. Морозова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1852192">https://znanium.com/catalog/product/1852192</a> (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>  |
| <p>Немцова, Т. И. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке Object Pascal : учебное пособие / Т. И. Немцова, С. Ю. Голова, И. В. Абрамова ; под ред. Л. Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2023. — 496 с. — (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0753-5. - Текст : электронный. - URL: <a href="https://znanium.com/catalog/product/1916203">https://znanium.com/catalog/product/1916203</a> (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.</p>                                   |

"Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям.



## **11. Методы обучения для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

Условия обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья:

- учебные аудитории, в которых проводятся занятия со студентами с нарушениями слуха, оборудованы мультимедийной системой (ПК и проектор), компьютерные тифлотехнологии базируются на комплексе аппаратных и программных средств, обеспечивающих преобразование компьютерной информации доступные для слабовидящих формы (укрупненный текст);
- в образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения: кейс-метод, метод проектов, исследовательский метод, дискуссии в форме круглого стола, конференции, метод мозгового штурма.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Елабужский институт (филиал) федерального государственного  
автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора по  
образовательной деятельности  
Елабужского института ЕИ КФУ

\_\_\_\_ И.П. Михайлова

« 01 » \_\_\_\_\_ марта 20 24 г.

М

П

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

ОП.10 Численные методы

(наименование дисциплины)



09.02.07 Информационные системы и программирование

(код и наименование специальности)

Программист

(квалификация выпускника)

Елабуга, 2024

**Паспорт  
фонда оценочных средств по дисциплине  
ОП.10 Численные методы**

| Индекс компетенции | Расшифровка компетенции   | Показатель формирования компетенции для данной дисциплины   | Оценочные средства   |
|--------------------|---|---|--|
| 1                  | 2   | 3   | 4  |
| <b>ОК 01</b>       | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.                   | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ<br>Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 |
| <b>ОК 02</b>       | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ<br>Уметь использовать основные численные методы решения математических задач  | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 |
| <b>ОК 09</b>       | Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности  | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ<br>Уметь использовать основные численные методы решения математических задач  | Лабораторные работы 1-6<br>Вопросы к дифференцированному зачету 1-33<br>Практические задания к дифференцированному зачету 1-10 |

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Елабужский институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Тема 1. Введение в численные методы

Комплект заданий для лабораторной работы 1

ОП.10 «Численные методы»

(ОК 01, ОК 02, ОК

09)

| вариант | 1 задание   | 2 задание  | 3 задание   |
|---------|---|--|---|
|         | <p>Определить, какое равенство точнее.</p> $\sqrt{\quad}$ | <p>Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле; б) в широком смысле. Определить абсолютную погрешность результата.</p> | <p>Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.</p> |
| № 1.    | $44 = 6,63$ или $19/41=0,463$ .<br>Ответ: $\sqrt{\quad}$  | а) 22,553(±0,016); б) 2,8546; δ = 0,3%.  | а) 0,2387; б) 42,884.   |
| № 2.    | $7/\sqrt{15}=0,467$ или $30 = 5,48$ .                     | а) 17.2834; δ = 0,3%. б) 6,4257 (±0.0024).   | а) 3.751; б) 0,537.   |
| № 3.    | $10,5 = 3,24$ или $4/17 = 0,235$ .<br>$\sqrt{\quad}$      | а) 34,834; δ = 0,1%; б) 0,5748 (±0,0034).  | а) 11,445; б) 2,043.  |
| № 4.    | $15/7 = 2.14$ или $10 = 3,16$ .<br>$\sqrt{\quad}$         | а) 2.3485 (±0,0042); б) 0.34484; δ = 0,4%.   | а) 2.3445; б) 0,745.  |
| № 5.    | $6/7 = 0,857$ или $2.19$ .<br>$4.8 = \sqrt{\quad}$        | а) 5,435 (±0,0028); б) 10.8441; δ = 0,5%.  | а) 8,345; б) 0,288.   |
| № 6.    | $12/11 = 1,091$ или $2,61$ .<br>$6.8 = \sqrt{\quad}$      | а) 8,24163; δ = 0.2%; б) 0,12356 (±0,00036).   | а) 12,45; б) 3,4453.  |
| № 7.    | $2/21=0,095$ или $\sqrt{22}=4,69$ .                       | а) 2,4543 (±0.0032); б) 24,5643; δ = 0,1%.   | а) 0,374; б) 4,348.   |
| №8.     | $23/15=1,53$ или $\sqrt{9.8}=3,13$ .                      | а) 23,574; δ = 0,2%; б) 8,3445 (±0.0022).  | а) 20.43; б) 0.576.   |
| № 9.    | $6/11=0,545$ или $83 = 9,1$ .<br>$\sqrt{\quad}$           | а) 21,68563; δ = 0,3%; б) 3,7834 (±0,0041).  | а) 41,72; б) 0.678.   |
| № 10.   | $17/19 = 0,895$ или $7,21$ .<br>$52 = \sqrt{\quad}$       | а) 13,537 (±0,0026); б) 7,521; δ = 0,12%.  | а) 5,634; б) 0,0748.  |

|       |   |  |                        |
|-------|---|--|------------------------|
| № 11. | 21/29 = 0,723 или $\sqrt{44} =$             | a) 0,3567; $\delta = 0,042\%$ ; б) 13,6253                     | a) 18,357; б) 2,16.    |
|       | 6,63.                                       | ( $\pm 0,0021$ ).  |                        |
| № 12. | 50/19 = 2,63 или $\sqrt{27} =$<br>5,19.     | a) 1.784 ( $\pm 0,0063$ ); б) 0,85637; $\delta = 0,21\%$ .     | a) 0,5746; б) 236,58.  |
| № 13. | 13/17 = 0,764 или $\sqrt{31} =$<br>5,56.    | a) 3,6878 ( $\pm 0,0013$ ); б) 15,873; $\delta = 0,42\%$ .     | a) 14,862; б) 8,73.    |
| № 14. | 7/22 = 0,318 или $\sqrt{13} = 3,60$ .       | a) 27,1548 ( $\pm 0,0016$ ); б) 0,3945; $\delta = 0,16\%$ .    | 0,3648; б) 21,7.       |
| № 15. | 17/11 = 1,545; $\sqrt{18} = 4,24$           | a) 0.8647 ( $\pm 0,0013$ ); б) 24,3618; $\delta = 0,22\%$ .    | a) 2,4516; б) 0,863.   |
| № 16. | 5/3=1,667 или $\sqrt{38} = 6,16$ .          | a) 3,7542; $\delta = 0,32\%$ ; б) 0,98351 ( $\pm 0,00042$ ).   | a) 62,74; б) 0,389.    |
| № 17. | 49/13 = 3,77 или $\sqrt{14} = 3,74$ .       | a) 83,736; $\delta = 0,085\%$ ; б) 5,6483 ( $\pm 0,0017$ ).    | a) 5,6432; б) 0,00858. |
| № 18. | 13/7=1,857 или $\sqrt{7} = 2,64$ .          | a) 2,8867; $\delta = 0,43\%$ ; б) 32,7486 ( $\pm 0,0012$ ).    | a) 0,0384; б) 63,745.  |
| № 19. | 19/12=1,58 или $\sqrt[3]{12} = 3,46$ .      | a) 4,88445 ( $\pm 0,00052$ ); б) 0.096835; $\delta = 0,32\%$ . | a) 12,688; б) 4.636.   |
| № 20. | 51 /11 = 4,64 или $\sqrt[3]{35} =$<br>5,91. | a) 38,4258 ( $\pm 0,0014$ ); б) 0,66385; $\delta = 0,34\%$     | a) 6,743; б) 0,543.    |

**Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.**  
**Комплект заданий для лабораторной работы 2.1**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

**Задание 1** (ОК 01-02, ОК 09)

Задание 1.1

- Ввести в коде программы текст в виде комментария как заглавие программы.
- Ввести исходные данные.
- Задать изменение аргумента.
- ● Вычислить значения функций 1 и 2 для аргумента в заданном интервале.  
Вывести графики функций одновременно на одном графике в декартовых координатах. Для разных графиков использовать разный тип линий.

Задание 1.2 (ОК 01-02, ОК 09)

- Повторить задание 1.1, но графики функций вывести в двух подокнах на одном графике. Графики в столбиковом формате.



Решение:

Варианты

заданий

| №  | Функция 1                          | Функция 2                  | a       | b      | h        |
|----|------------------------------------|----------------------------|---------|--------|----------|
| 1. | $y = \sin(x)$                      | $z = \exp(x+3)/5000 - 1$   | $-2\pi$ | $2\pi$ | $\pi/20$ |
| 2. | $y = \cos(x)$                      | $z = 0.00025e^{3-x} - 0.6$ | $-2\pi$ | $2\pi$ | $\pi/20$ |
| 3. | $y =  \operatorname{tg}(x)  + 0.1$ | $z = (1+x)^6$              | $-2\pi$ | $2\pi$ | $\pi/20$ |
| 4. | $y = (x^2-1)/15$                   | $z = 1+\sin(x)$            | $-2\pi$ | $2\pi$ | $\pi/20$ |
| 5. | $y = (x^3-2)/15$                   | $z = 5\cos(x)$             | $-2\pi$ | $2\pi$ | $\pi/20$ |
| 6. | $y = x^2 - 10$                     | $z = 0.025\exp(-1.2x)$     | -5      | 5      | 1        |
| 7. | $y = 3\sin(x)$                     | $z = 0.015x^3$             | -5      | 5      | 1        |
| 8. | $y = 4\sin(x)$                     | $z = 0.05x^2$              | 1       | 10     | 1        |

**Комплект заданий для лабораторной работы 2.2**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

Пример выполнения работы.

|           |   |
|-----------|---|
| <b>1</b>  | 1. Задайте полином: $p_1(z) = z^5 + 7z^4 + 19z^3 + 25z^2 + 16z + 4$ . Вычислите его корни.  |
| <b>2</b>  | Для полинома $p_1(z)$ определить максимальную степень, вычислить производную и преобразовать полином в строку.  |
| <b>3</b>  | Найти корни полинома $6 - 5x + x^2$ .   |
| <b>4</b>  | 7. Задать два полинома $p_1$ и $p_2$ с корнями соответственно $[1 -3 0 7 8 -9]$ , $[-10 -1.3 -7.5 0 0.9]$<br>Найти их сумму, разность, частное и произведение.  |
| <b>5</b>  | 5. Создать полином $6 + 15x + 2x^2 + x^4$ , вычислить его значения в диапазоне $[-5 \leq x \leq 5]$ .<br>Построить график зависимости $p(x)$ .  |
| <b>6</b>  | 8. Создать полином вида: $-120 + 274x - 225x^2 + 85x^3 - 15x^4 + x^5$ . Вычислить значения этого полинома в 5 точках $(0, -4, 5, 7.5, 10)$ .  |
| <b>7</b>  | Задать полином вида $p = 10 - 15x + 3x^5 + 2x^7$ . Найти его корни.   |
| <b>8</b>  | 14. Создать полином : $-1.2 + 2.7x + 22.5x^2 - 8.5x^4 - 7x^5$ . Вычислить значения этого полинома в 3 точках $(0, -4, 7.5)$ .   |
| <b>9</b>  | 15. Задать два полинома $p_1$ и $p_2$ с корнями соответственно $[1 -3 0 7]$ , $[-10 -1 -7 0.9]$ Найти их сумму, разность, частное и произведение. Вычислить значения этого произведения полиномов в 3 точках $(0, -4, 7.5)$ . |
| <b>10</b> | Задан полином $p = \frac{x}{x^2 - 3x - 4}$ . Вычислить его значение при $x=1$ . Найти производную.  |

**Тема 3. Решение систем линейных уравнений.**  
**Комплект заданий для лабораторной работы 3**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 1.5, ПК 11.1)**

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

ОК 01 ОК 02 ОК

**Тема 4. Интерполирование.**  
**Комплект заданий для лабораторной работы 4**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

1. Задана функция  $f$  согласно таблице. Линейно интерполировать функцию  $f$  и построить её график на интервале  $s$  с шагом 0,01, найти её значение в точке  $x^*$ : (ОК 01-02, ОК 09)

а)

$$s = [-6; 0], x^* = -2$$

б)

$$s = [-5; 1], x^* = -2$$

в)

$$s = [-2; 3], x^* = 0.5$$

2. Постройте сплайн, который проходит через точки  $(-\pi, 0)$ ,  $(-\pi/2, -1)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(\pi/2, 1)$  и  $(\pi, 0)$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$  с шагом  $\pi/20$ . Учитывая, что начальные данные задаются функцией

$u = \sin x$ , определите сумму квадратов отклонений для точек  $-\pi/4$ ;  $-\pi/6$ ;  $-\pi/3$ ;  $\pi/6$ ;  $\pi/4$ . Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек. (ОК 01-02, ОК 09)

3. В таблице приведены данные о температуре в пригороде Лос-Анджелеса за 12 часов (в °F).

| Время | Температура | Время | Температура |
|-------|-------------|-------|-------------|
| 1     | 58          | 7     | 57          |
| 2     | 58          | 8     | 58          |
| 3     | 58          | 9     | 60          |
| 4     | 58          | 10    | 64          |
| 5     | 57          | 11    | 67          |
| 6     | 57          | 12    | 68          |

Переведите данные в градусы Цельсия. Определите коэффициенты сплайна, который описывает эти данные. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике. (ОК 01-02, ОК 09)

4. Испанский производитель цитрусовых характеризуется следующим объемом продаж:

| год               | 1965  | 1970  | 1980  | 1985  | 1990  | 1991  |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| объем продаж (\$) | 17769 | 24001 | 25961 | 34336 | 29036 | 33417 |

Используя сплайн, оцените объем продаж в 1962, 1977 и 1992 годах. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике. (ОК 01-02, ОК 09)

5. В таблице приведены цены на журнал в евро.

|                |                 |                |                |                |                |                |                |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ноябрь<br>1987 | декабрь<br>1988 | ноябрь<br>1990 | январь<br>1993 | январь<br>1995 | январь<br>1996 | ноябрь<br>1996 | ноябрь<br>2000 |
| 4,5            | 5,0             | 6,0            | 6,5            | 7,0            | 7,5            | 8,0            | 8,0            |

Оцените стоимость издания в ноябре 2002 года, с помощью сплайна. Как изменится оценка для ноября 2002 года, если станет известно, что в ноябре 1991 года стоимость издания

составила 6,3 евро? Постройте графики сплайна и исходных данных.  
(ОК 01-02, ОК 09)

**Тема 5. Вычисление определенных интегралов.**  
**Комплект заданий для лабораторной работы 5**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

Вычислить каждый из указанных интегралов тремя способами (с помощью функций

**1** `inttrap()`, `intg()`, `integrate()`). Сравните результаты.

1.  $\int_0^1 \frac{1}{x^2-1} dx$       2.  $\int_1^3 (x^2 + 3x - 8) dx$       3.  $\int_0^\pi x \sin x dx$   
(ОК 01-02, ОК 09)

**2** Вычислить интеграл  $\int_0^1 \left( \operatorname{tg}(x^{2+x}) \frac{x}{x+1} + x \right) dx$ , используя функцию `intg()`.  
(ОК 01-02, ОК 09)

**Тема 6. Обработка экспериментальных данных.**  
**Комплект заданий для лабораторной работы 6**  
**ОП.10 «Численные методы»**  
**(ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 1.5, ПК 11.1)**

**1**      Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом первой степени

|       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
| -4    | -3    | -1    | -2    | 0     | -1    |

(ОК 01-02, ОК 09)

**2**      Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом второй степени

15. Задан набор экспериментальных данных  $y$ , зависящих от  $x$ . Известно, что экспериментальные значения  $y_i$  содержат ошибки. Считая, что реальная зависимость  $(x_i, y_i)$  имеет вид  $y = C_1 x \cos(C_2 x) + C_3$ , найти параметры  $C_1, C_2, C_3$ .

$x = 0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad 3.5 \quad 4 \quad 4.5 \quad 5 \quad 5.5 \quad 6$

сравнивать между собой среднеквадратические

20. Найти параметры следующей функции  $y=x/(Ax+B)$ , если заданы её значения в 10 точках:

$x \quad 3 \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \quad 3.4 \quad 3.5 \quad 3.6 \quad 3.7 \quad 3.8 \quad 3.9$   
 $y \quad 0.61 \quad 0.6 \quad 0.592 \quad 0.58 \quad 0.585 \quad 0.583 \quad 0.582 \quad 0.57 \quad 0.572 \quad 0.571$

)

### Критерии оценки:

| Компетенции | Планируемые результаты обучения | Критерии оценивания результатов обучения (баллы)    |   |  |   |
|-------------|---------------------------------|---|---|--|---|
|             |                                 | «неудовлетворительно»                               | «удовлетворительно»                               | «хорошо»                               | «отлично»                               |
|             |                                 | [критерии выставления оценки «неудовлетворительно»] | [критерии выставления оценки «удовлетворительно»] | [критерии выставления оценки «хорошо»] | [критерии выставления оценки «отлично»] |

|       |   |                                   |  |                                   |                                      |
|-------|---|-----------------------------------|--|-----------------------------------|--------------------------------------|
| ОК 01 | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с | Не знает, допускает грубые ошибки | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень знаний |
|-------|---|-----------------------------------|--|-----------------------------------|--------------------------------------|

|       |   |  |  |   |                                      |
|-------|---|--|--|---|--------------------------------------|
|       | помощью ЭВМ   |  |  |   |                                      |
|       | Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи  | Не умеет, демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки   | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |
| ОК 02 | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ | Не знает<br>Допускает грубые ошибки                                | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме                   | Демонстрирует высокий уровень знаний |
|       | Уметь использовать основные численные методы решения математических задач   | Не умеет<br>Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |
| ОК 09 | Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ | Не знает<br>Допускает грубые ошибки                                | Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок | Знает достаточно в базовом объеме                   | Демонстрирует высокий уровень знаний |
|       | Уметь использовать основные численные методы решения математических задач   | Не умеет<br>Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки | Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок | Умеет применять знания на практике в базовом объеме | Демонстрирует высокий уровень умений |

**ТЕСТЫ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ  
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

по ОП.10. «Численные методы»

ТЕСТ 1

1. В методе бисекции нахождения корней нелинейных уравнений за начальное приближение корня принимают

- а. левую границу интервала изоляции корня
- б. правую границу интервала изоляции корня
- в. середину интервала изоляции корня
- г.  $1/4$  интервала изоляции корня (ОК 01-02, ОК 09)

2. Искомый корень уравнения  $f(x) = 0$  содержит тот из отрезков, на концах которого

- а. функция принимает положительные значения
- б. функция принимает отрицательные значения
- в. функция принимает значения разных знаков
- г. функция стремится к бесконечности (ОК 01-02, ОК 09)

3. Формула  $x = a - \frac{F(a)}{F(b) - F(a)} \cdot (b - a)$  используется при вычислении корней нелинейных

$$F(b) - F(a)$$

уравнений в методе

- а. хорд
- б. бисекции
- в. простой итерации
- г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

4. В каком из методов вычисления корней нелинейных уравнений уравнение  $f(x) = 0$

заменяется эквивалентным уравнением  $x = \phi(x)$

- а. парабол
- б. дихотомии
- в. простой итерации
- г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

5. По методу Ньютона условием существования решения нелинейного уравнения на отрезке  $[a, b]$  является

- а.  $f(a) > 0, f(b) > 0$



- б.  $f(a) > 0, f(b) < 0$   
 в.  $f(a) < 0, f(b) < 0$  г.  $f(a) < 0, f(b) > 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

6. При решении нелинейного уравнения  $(2 - x)e^x - 0,5 = 0$  на интервале  $[1,5; 2,5]$  за начальное приближение корня принято  $x_0 = 2$ . Какой метод решения использован

- а. парабол  
 б. бисекции  
 в. простой итерации  
 г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

7. В каком методе экстраполяции функции  $f(x) = 0$  осуществляют с помощью касательной к кривой в данной точке по формуле  $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1})/f'(x_{k-1})$

- а. парабол  
 б. дихотомии  
 в. простой итерации  
 г. метод Ньютона (ОК 01-02, ОК 09)

8. Условием сходимости в методе простой итерации является выполнение неравенства а.  $f'(x) < 1$

- б.  $f'(x) > 1$   
 в.  $f'(x) = 1$   
 г.  $f'(x) = 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

9. Корнем нелинейного уравнения  $\ln x (x + 1)^3 = 0$  на интервале изоляции корня  $[0,1; 0,9]$  является то значение  $x$ , при котором функция с заданной точностью принимает значение

- а.  $f(x) > 1$   
 б.  $f(x) < 1$   
 в.  $f(x) = 0$   
 г.  $f(x) > \varepsilon$  (ОК 01-02, ОК 09)

10. Какое из нелинейных уравнений относится к трансцендентным:

- а.  $x^2 + 5x - 10 = 0$   
 б.  $\sin x - 2x - 0,5 = 0$   
 в.  $(x - 1)^2 - 2x + 15 = 0$   
 г.  $x^4 - 26x^3 + 131x^2 - 226x + 120 = 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

11. Отметьте алгебраические уравнения:

- а.  $x^2 + 5x - 10 = 0$
- б.  $\sin x - 2x - 0,5 = 0$
- в.  $(x-1)^2 - 2x + 15 = 0$
- г.  $x^4 - 26x^3 + 131x^2 - 226x + 120 = 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

12. Какие из нелинейных уравнений относятся к трансцендентным:

- а.  $x^2 + 5x - 10 = 0$
- б.  $\sin x - 2x - 0,5 = 0$
- в.  $(x-1)^2 - 2x + 15 = 0$
- г.  $x^4 - 26\cos(15e^{-x_2}) = 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

13. В методе бисекции для определения котором  $x_1$  выбирают один из отрезков  $[a, x_0]$  или  $[x_0, b]$ , в выполняется условие :

- а.  $f(a) \cdot f(x_0) < 0$  б.  $f(a) \cdot f(x_0) > 0$
- в.  $f(b) \cdot f(x_0) < 0$  г.  $f(b) \cdot f(x_0) > 0$
- г.  $f'(x_0) \cdot f'(b) > 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

14. Условием прекращения вычисления корня нелинейного уравнения в методе Ньютона является:

- а.  $x_{i+1} - x_i < \varepsilon$
- б.  $f'(x) > \varepsilon$
- в.  $f'(x) \cdot f'(x) > 0$
- г.  $f'(x) < (a + b) / 2$  (ОК 01-02, ОК 09)

15. Указать какое действие является лишним при вычислении корней нелинейных уравнений методом простой итерации:

- а. Выбрать начальное приближение корня
- б. Найти вторую производную функции
- в. Представить уравнение в следующем виде:  $x = f(x)$
- г. Найти максимальное значение первой производной (ОК 01-02, ОК 09)

16. Методом касательных уточнить корень уравнения  $x^2 - e^{-x} = 0$  на отрезке  $[0,5; 1,0]$ . Если  $f'(x) = 2 - e^{-x} > 0, f(a) < 0, f(b) > 1$ , то какое из условий определяет выбор начального приближения корня:

- а.  $f(a) \cdot f'(x) < 0$
- б.  $f(b) \cdot f'(a) > 0$

в.  $f(b) \cdot f'(x) > 0$

г.  $f(a) \cdot f(b) < 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

17. Определен корень уравнения приближение в  $x^2 - e^{-x} = 0$  на отрезке  $[0,5; 1,0]$  указать начальное методе бисекции:

а. 0.5

б. 1

в. 0.5

г. 0.75

д. 1

е.  $f(a) \cdot f(b) < 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

$f'(x)$

18. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является . . .

а. точным

б. приближенным

в. итерационным

г. прямым (ОК 01-02, ОК 09)

19. Отметьте правильный ответ.

Система

$$x_1 + 2x_2 - 7x_3 =$$

$$8, 2x_1 + x_2 - 8x_3$$

$$= 0,$$

$$-x_1 - x_2 + x_3^2 = 1.$$

является

а. нелинейной

б. линейной

в. линейно-нелинейной

г. дифференциальной (ОК 01-02, ОК 09)

20. Интервалы изоляции корней неизвестных в система нелинейных

уравнений можно определить

а. графически

б. только аналитически

в. интегрированием

г. приведением матрицы к треугольному виду (ОК 01-02, ОК 09)

21. Для решения системы нелинейных уравнений нужно задать

а. начальное приближение

б. точность вычисления

в. число приближений

г. постоянную интегрирования

(ОК 01-02, ОК 09)

22. Узлы интерполяции это:

- а. Значение функции  $y = f(x)$  в некоторых точках  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ ;
- б. Значения аргументов  $x_i$ , для которых известны значения интерполируемой функции  $f(x_i)$ ;
- в. Любое значение  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ , из области определения  $f(x)$ ;
- г. Фактор  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  исследуемых явлений  $y = f(x)$ ;
- д. Промежуточные значения  $y = f(x)$ ; (ОК 01-02, ОК 09)

23. Геометрически задача интерполяции означает :

- а. Построение кривой, проходящей через заданное множество точек  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ ;
- б. Построение интервала, в котором определена заданная функция ;
- в. Построение прямой, проходящей через узлы интерполяции  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ ;
- г. Построение множества кривых проходящих через заданное множество точек  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ ; (ОК 01-02, ОК 09)

24. Какой класс приближающих функции чаще всего применяют при

интерполировании? а. полиномиальные функции, коэффициенты которых зависят от координат и

- значений функции в узлах;
- б. тригонометрические функции, имеющие отношение к рядам Фурье;
- в. показательные функции;
- г. логарифмические функции. (ОК 01-02, ОК 09)

25. Какой критерий согласия применяется при интерполировании функции полиномами ?

- а. уменьшение максимального отклонения значений интерполирующей функции в узлах интерполяции до минимума;
- б. минимизация суммы квадратов отклонений в узловых точках;
- в. точное совпадение в узловых точках
- г. максимизация суммы квадратов отклонений в узловых точках (ОК 01-02, ОК 09)

Ключ

|         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| Вопросы | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11  | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Ответы  | В  | В  | А  | В  | БГ | Б  | Г  | А  | В  | Б  | АВГ | БГ | А  | А  | Б  | В  |
| Вопросы | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |    |     |    |    |    |    |    |
| Ответы  | Г  | БВ | А  | А  | АБ | Б  | А  | А  | В  |    |     |    |    |    |    |    |

ТЕСТ 2

1. Полином какой степени имеет смысл использовать для интерполяции значений функции  $y = u(x)$  между точками  $(x, y)$  следующего вида  $(1;1), (2;2), (3;3)$ ?

- а. нулевой
- б. первой

- в. второй
- г. только шестой степени или выше (ОК 01-02, ОК 09)

2. При интерполяции с помощью интерполяционного полинома Лагранжа

- а. Узлы, между которыми производится интерполяция, должны располагаться только равномерно на отрезке интерполяции
- б. Узлы  $x_i$  должны быть пронумерованы в порядке возрастания аргумента  $x$
- в. Координаты  $x_i$  должны образовывать монотонную последовательность чисел
- г. Узлы  $x_i$  могут располагаться на оси ординат произвольным образом, но не должны совпадать друг с другом (ОК 01-02, ОК 09)

3. Интерполяционные формулы могут быть использованы

- а. только в пределах между крайними узлами интерполяции
- б. для значений аргумента, лежащих как в пределах, так и за пределами крайних узлов интерполяции
- в. только в окрестностях узлов интерполяции, в пределах которых разложение в ряд Тейлора не приводит к большим ошибкам
- г. только за пределами крайних узлов интерполяции (ОК 01-02, ОК 09)

4. Интерполяционный полином Ньютона степени  $n$  строится с использованием

- а. конечных разностей до  $n$  го порядка включительно
- б. конечных разностей до  $(n-1)$ -го порядка включительно
- в. конечных разностей до  $(n-1)$ -го порядка включительно для формул интерполирования "вперед" и до  $(n+1)$ -го порядка для формул интерполирования "назад"
- г. только равноотстоящих узлов интерполирования (ОК 01-02, ОК 09)

5. Формулы Лагранжа и Ньютона при интерполяции по  $N$  узлам порождают

- а. по сути только один интерполяционный полином, различие только в формах записи и в алгоритмах вычисления коэффициентов
- б. полиномы различной степени
- в. полиномы, приводящие к различным погрешностям даже при точном вычислении коэффициентов
- г. аппроксимирующие функции степени  $N+10$
- в.  $x = x + \Delta x$
- г.  $x = x + 2\Delta x$  (ОК 01-02, ОК 09)

6. Абсолютная погрешность выражается формулой:

- а.  $\delta = \Delta x$
- б.  $\Delta x = x - x$

7. Средняя величина определяется по формуле:

(OK 01-02, OK 09)

а.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

б.  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

в.  $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

г.  $t_{\nu, p/2} \cdot S_x$  (ОК 01-02, ОК 09)

8. Среднее квадратическое отклонение выборочного среднего определяется по формуле:

а.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

б.  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

в.  $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

г.  $t_{\nu, p/2} \cdot S_x$  (ОК 01-02, ОК 09)

9. Расстояния между кривой аппроксимирующей функции и опытными точками должны быть
- а. минимальными
  - б. максимальными
  - в. любые
  - г. случайным образом (ОК 01-02, ОК 09)

10. Аппроксимирующая кривая должна
- а. проходить через все экспериментальные точки
  - б. не обязательно через все экспериментальные точки
  - в. через каждую вторую экспериментальную точку
  - г. случайным образом (ОК 01-02, ОК 09)

11. Точность метода Эйлера на интервале оценивается

как: а.  $O(h)$

б.  $O(h^2)$



в.  $O(h^3)$

г.  $O(h^4)$  (ОК 01-02, ОК 09)

12. Методы конечных разностей сводят решение краевой задачи для ОДУ к решению ... .

а. системы алгебраических уравнений относительно значений искомой функции в узловых точках

- б. нелинейного уравнения методом касательных
- в. задачи Коши для того же уравнения
- г. исходного уравнения с измененными граничными условиями
- д. смешанной краевой задачи методом стрельбы (ОК 01-02, ОК 09)

13. В методе Симпсона подынтегральная функция заменяется ...

- . а. квадратичной параболой
- б. прямой (ОК 01-02, ОК 09)
- в. кубической параболой
- г. выражением, содержащим тригонометрические функции

14. Погрешность метода трапеции составляет ... .

- а.  $O(h^3)$
- б.  $O(h)$
- в.  $O(h^2)$
- г.  $O(h^4)$
- д.  $O(h^5)$  (ОК 01-02, ОК 09)

15. Погрешность вычисления определенного интеграла можно уменьшить, если ... .

- а. увеличить число точек разбиений интервала
- б. повысить степень используемых для интегрирования полиномов
- в. уменьшить число точек разбиений интервала
- г. понизить степень используемых для интегрирования полиномов (ОК 01-02, ОК 09)

16. Задача приближенного интегрирования состоит в вычислении ... .

- а. определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах б. неопределенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах в. определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в произвольных точках
- г. корней системы линейных алгебраических уравнений на данном интервале (ОК 01-02, ОК 09)

17. Основными понятиями численного интегрирования являются:

- а. узел
- б. квадратурная формула

- в. интерполяционный многочлен
- г. коэффициенты регрессии
- д. множители Лагранжа (ОК 01-02, ОК 09)

18. Подынтегральная функция  $f(x)=x^2$ . Применение какого численного метода даст наиболее точное вычисление интеграла?

- а. Симпсона

- б. трапеций
- в. правых прямоугольников
- г. левых прямоугольников
- д. средних прямоугольников (ОК 01-02, ОК 09)

2

19. Значение интеграла  $I = \int x^2 dx$ , вычисленное методом трапеций (шаг  $h=1$ ) равняется

0

- а. -1
- б. 1
- в. 2
- г. 3
- д. 4 (ОК 01-02, ОК 09)

20. Погрешность метода Симпсона составляет ...

- а.  $O(h^3)$
- б.  $O(h)$
- в.  $O(h^2)$
- г.  $O(h^4)$
- д.  $O(h^5)$  (ОК 01-02, ОК 09)

21. Погрешность метода средних прямоугольников составляет ...

- а.  $O(h^3)$
- б.  $O(h)$
- в.  $O(h^2)$
- г.  $O(h^4)$
- д.  $O(h^5)$  (ОК 01-02, ОК 09)

22. Погрешность метода левых прямоугольников составляет ... .

а.  $O(h^3)$

б.  $O(h)$

в.  $O(h^2)$

г.  $O(h^4)$

д.  $O(h^5)$  (ОК 01-02, ОК 09)

23. Погрешность метода правых прямоугольников составляет ...

. а.  $O(h^3)$

б.  $O(h)$

в.  $O(h^2)$

г.  $O(h^4)$

д.  $O(h^5)$  (ОК 01-02, ОК 09)

24. Необходимым условием существования экстремума функции является

а.  $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} = 0$

б.  $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} < 0$   
 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2}$

в.  $\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x_i^2} < 0$

г.  $\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x_i^2} > 0$  (ОК 01-02, ОК 09)

$\left( \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right)$

25. При смене знака первой производной  $\left( \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right)$  функции  $f(x)$  около точки  $x_0$  с минуса (-) на

плюс(+) в точке  $x_0$  существует

а. максимум функции  $f(x)$

б. минимума функции  $f(x)$

в. функция  $f(x) = 0$

г. функция  $f(x) > 0$  (возрастает) (ОК 01-02, ОК 09)

|         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ВОПРОСЫ | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| ОТВЕТЫ  | Б  | Г  | Б  | А  | А  | Б  | А  | В  | А  | Б  | А  | А  | А  | В  | А  | А  |
| ВОПРОСЫ | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |    |    |    |    |    |    |    |
| ОТВЕТЫ  | АБ | А  | Г  | Г  | В  | Б  | Б  | А  | Б  |    |    |    |    |    |    |    |

# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Елабужский институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

## ВОПРОСЫ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ (ОК 01, ОК 02, ОК 09)

по ОП.10. «Численные методы»

1. Измерение. Погрешность. Виды и источники погрешностей. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ: Традиционно все погрешности измерений разделяют на систематические, случайные и грубые (промахи).

Систематическая погрешность - составляющая абсолютной погрешности, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся в течение всего цикла измерений или (и) при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Источником систематических погрешностей служат несовершенство технических средств и методик измерения, процессы, происходящие при взаимодействии средства и объекта измерений  
Случайная погрешность – составляющая абсолютной погрешности, которая изменяется случайным образом при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Основным источником случайных погрешностей являются шумы и помехи различной природы, которые возникают в самом объекте измерения, в используемых средствах измерений, окружающей среде, устройствах передачи измерительной информации.

Грубая погрешность – погрешность, которая вызывается, как правило, однократными причинами, и существенно превышает величину погрешности, ожидаемой в данных условиях.

2. Приближенные решения уравнений и их систем. Постановка задачи. Два этапа решения задачи.

Ответ:

Решение задачи разбивается на два этапа: на первом этапе осуществляют локализацию корней, на втором этапе производят итерационное уточнение корней. На этапе локализации корней находят достаточно узкие отрезки (или отрезок, если корень единственный), которые содержат один и только один корень уравнения. На втором этапе вычисляют приближенное значение корня с заданной точностью. Часто вместо отрезка локализации достаточно указать начальное приближение к корню. (ОК 01-02, ОК 09)

3. Отделение корней. Ответ:

(ОК 01-02, ОК 09)

Всякое значение  $\lambda$ , обращающее функцию  $f(x)$  в нуль, т. е. такое, что  $f(\lambda) = 0$ , называется корнем уравнения (1) или нулём функции  $f(x)$ .

Отделить корни – это значит разбить всю область допустимых значений на отрезки, в каждом из которых содержится один корень. Отделение корней можно произвести двумя способами – графическим и аналитическим.

Графический метод отделения корней: а) строят график функции  $y = f(x)$  для уравнения вида  $f(x) = 0$ . Значения действительных корней уравнения являются абсциссы точек пересечения графика функции  $y = f(x)$  с осью  $Ox$

б) представляют уравнение (1) в виде  $\varphi(x) = g(x)$  и строят графики функций

$y = \varphi(x)$  и  $y = g(x)$ . Значения действительных корней уравнения являются абсциссы точек пересечения графиков функций  $y = \varphi(x)$  и  $y = g(x)$

Отрезки, в которых заключено только по одному корню, легко находятся.

4. Уточнение корней методом проб. Ответ:

(ОК 01-02, ОК 09)

В этом методе точку «с» на отрезке  $[a, b]$  выбирают произвольно, а в качестве нового отрезка (подотрезка  $[a, b]$ ) берут тот из отрезков  $[a, c]$  или  $[b, c]$ , на концах которого функция имеет разные знаки, что определяется непосредственной проверкой.

Однако, в чистом виде метод проб применяется редко, так как успех его в значительной степени зависит от удачи в выборе точки «с».

Для расчетов в ЭВМ метод проб применяется в виде так называемого метода половинного деления (метода дихотомии).

Пусть корень уравнения  $f(x)=0$  отделен на отрезке  $[a,b]$ , то есть  $f(a) \cdot f(b) < 0$  (здесь  $\epsilon$  -точность,  $c$  которой необходимо вычислить приближенное значение корня ;  $f(x)$  -непрерывная функция )

Возьмем на отрезке  $[a,b]$  точку «с» такую, что  $[a,c]=[c,b]=(b-a)/2$ , то есть  $c=(a+b)/2$ . Если  $f(c) = 0$ , то «с» - точный корень.

Уравнения . если же, то из двух образовавшихся отрезковвыберем тот, на концах которого функция принимает значения противоположных знаков, выбранный отрезок обозначим. Затем отрезоктакже делим пополам и проводим те же рассуждения. Получим отрезок, длина которого равна  $(b-a)/2$ . Процесс деления отрезка пополам производим до тех пор, когда на каком-тоэтапе либо середина отрезка будет корнем уравнения, либо будет получен отрезоктакой, чтоо(здесь числопоказывает число делений пополам сужаемых участков). Числаи- корни уравненияс точностью до  $\epsilon$ .

За приближенное значение искомого корня будем брать  $c$ , причем погрешностьне превышает  $\epsilon$ .

5. Уточнение корней методом хорд (ОК 01-02, ОК 09)  
(пропорционального деления). Ответ:

Этот метод нахождения простых корней широко применяется при решении конечных уравнений. Другие названия рассматриваемого метода: метод ложного положения, метод линейной аппроксимации, метод пропорциональных частей, метод секущих.

Идея метода хорд состоит в том, что на достаточно малом промежутке дуга кривой  $y=f(x)$  заменяется стягивающей ее хордой. В качестве приближенного значения корня принимается точка пересечения хорды с осью  $Ox$ , т.е. это точка  $x=c$ .

Пусть дано уравнение  $f(x)=0$ , где  $f(x)$  -непрерывная функция, имеющая в интервале  $[a,b]$  производные первого и второго порядков.

6. Уточнение корней методом касательных (метод Ньютона). (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод Ньютона относится к градиентным методам, в которых для нахождения корня используется значение производной.

Дано нелинейное уравнение:  $f(x)=0$

Найти корень на интервале  $[a,b]$  с точностью  $\epsilon$ .

Метод Ньютонаоснован на замене исходной функции  $f(x)$ , на каждом шаге поиска касательной, проведенной к этой функции. Пересечение касательной с осью  $Ox$  дает приближение корня

Выберем начальную точку  $x_0=a$  (конец интервала изоляции). Находим значение функции в этой точке и проводим к ней касательную, пересечение которой с осью  $Ox$  дает нам первое приближение корня  $x_1$ .

7. Уточнение корней комбинированным методом. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Алгоритм:

1. Вычислить значения  $f(a)$  и  $f(b)$ ;

2. Проверить выполнение условия если условие не выполняется, неверно выбран отрезок

3. Найти первую и вторую производные  $f'$ ;

4. Проверить постоянство знака производных на отрезке  $[a,b]$  если условие не выполняется, он выбран неверно;

5. Выполнить действия, указанные в п.3.3.;

6. Проверить условие окончания процесса, если задана погрешность; если оно не выполняется, то отрезок изоляции корня сужается и имеет вид  $[a_n, b_n]$ . Приближенные корни находят по формулам

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

(ОК 01-02, ОК 09)



y= 5.02 6.08 3.33 -0.93 -0.22 7.83 16.52 15.55 2.67 -11.42 -11.78 5.09 25.25

(ОК 01-02, ОК 09)  
1)

---

4

С

(ОК 01-02, ОК 09)

---

5

(ОК 01-02, ОК 09)

$$x_{n2} = x_{n-11} - \frac{(x_{n-12} - x_{n-11}) \cdot f(x_{n-11})}{f(x_{n-12}) - f(x_{n-11})}; \quad x_n = \frac{x_{n1} + x_{n2}}{2}.$$

8. Уточнение корней методом простой итерации. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод простых итераций (метод последовательных приближений) решения уравнения  $f(x)=0$  состоит в замене исходного уравнения эквивалентным ему уравнением  $x = \varphi(x)$  и построении последовательности  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ , сходящейся при  $k \rightarrow \infty$  к точному решению.

9. Точные методы решения систем линейных уравнений. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

- Метод Гаусса;

- Метод исключения Жордана – Гаусса или полного исключения

- Методы разложения матрицы коэффициентов системы линейных уравнений на подматрицы;

- Метод ортогонализации;

- Метод прогонки.

10. Приближенные методы решения систем уравнений. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

- Метод деления отрезка пополам;

- Метод хорд;

- Метод Ньютона;

- Метод Чебышева.

11. Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования и задачи параболического интерполирования. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Интерполирование по определению предполагает нахождение промежуточных значений величины заданной таблицей или графиком по некоторым ее значениям. Относительно функциональных зависимостей она является одним из основных видов точечной аппроксимации. Задача интерполирования сводится к подбору многочлена согласно (1) вида:

$$P(x) = c_0 x^n + c_1 x^{n-1} + \dots + c_{n-1} x + c_n = \sum_{k=0}^n c_k x^{n-k}$$

12. Метод неопределенных коэффициентов. Единственность решения задачи.

Ответ:

(ОК 01-02, ОК 09)

Методом неопределенных коэффициентов называют метод, применяемый для отыскания коэффициентов выражений, вид которых заранее известен.

Суть этого метода состоит в том, что заранее предполагается вид множителей – многочленов, на которые разлагается данный многочлен.

13. Интерполяционная формула Лагранжа. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Формула интерполяции Лагранжа находит многочлен, называемый полиномом Лагранжа, который принимает определенные значения в произвольной точке. Это полиномиальное выражение функции  $f(x)$   $n$ -й степени. Метод интерполяции используется для нахождения новых точек данных в пределах диапазона дискретного набора известных точек данных.

14. Первая интерполяционная формула Ньютона. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1! \cdot h} (x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2! \cdot h^2} (x - x_0)(x - x_1) + \dots + \frac{\Delta^n y_0}{n! \cdot h^n} (x - x_0) \dots (x - x_{n-1}).$$

- Этот многочлен называют **интерполяционным полиномом Ньютона** для интерполяции в начале таблицы (интерполирование «вперед») или **первым полиномом Ньютона**.

15. Вторая интерполяционная формула Ньютона. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

получим *вторую интерполяционную формулу Ньютона* или многочлен Ньютона для интерполирования «назад».

$$P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h} (x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2! h^2} (x - x_n)(x - x_{n-1}) + \dots + \frac{\Delta^3 y_{n-3}}{3! h^3} (x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \dots + \frac{\Delta^n y_0}{n! h^n} (x - x_n)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_1).$$

16. Интерполирование сплайнами Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Построение интерполяционного многочлена Лагранжа и Ньютона с использованием большого числа узлов интерполирование на отрезке  $[a, b]$  может привести к плохому приближению интерполируемой функции из-за возрастания вычислительной погрешности. Такой интерполяционный многочлен существенно проявляет свои колебательные свойства, и его значения между узлами могут значительно отличаться от значений интерполируемой функции. Кроме того, построенный многочлен будет иметь высокую степень, что тоже весьма нежелательно. Этим неприятностям можно избежать, разбив отрезок  $[a, b]$  на частичные отрезки и построив на каждом из них многочлен невысокой степени, так или иначе приближенный к заданной функции  $f(x)$ .

Одна из возможностей преодоления этого недостатка заключается в применении сплайн-интерполяции. Иногда такой прием называют кусочно-полиномиальным интерполированием. Суть сплайн-интерполяции заключается в определении интерполирующей функции по формулам одного типа для различных подмножеств и в стыковке значений функции и ее производных на границах подмножеств.

17. Численные методы вычисления интегралов (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

- Квадратурные формулы;
- Формула средних прямоугольников;
- Формула трапеций;
- Формула Симпсона;
- Составные квадратурные формулы;
- Квадратурные формулы Гаусса;
- Правило Рунге практической оценки погрешности.

18. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Квадратурные формулы интерполяционного типа, основанные на равномерной сетке, называются формулами Ньютона-Котеса.

19. Формулы прямоугольников. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

- формулы левых прямоугольников;
- формулы правых прямоугольников;
- формулы средних прямоугольников.

20. Формула трапеции. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Пусть  $f \in C^2[0, h]$ . Полагаем

$$I = \int_0^h f(x) dx \approx h \cdot \frac{f_0 + f_1}{2}, \quad (1.2.4)$$

где  $f_0 = f(0)$ ,  $f_1 = f(h)$ . Из формулы (1.2.4) видно, что искомое значение интеграла приближенно заменяется величиной площади закрашенной на рис. (1.1,б) трапеции.

Аналогично тому, как это сделано в п. (1.2.2) можно получить формулу трапеций с остаточным членом

$$\int_a^b f(x) dx = h \cdot \frac{f_0 + f_1}{2} - \frac{h^3}{12} \cdot f''(\xi), \quad \xi \in [0, h].$$

21. Формула Симпсона. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Формула Симпсона с остаточным членом имеет вид

$$\int_{-h}^h f(x) dx = \frac{h}{3} \cdot (f_{-1} + 4f_0 + f_1) - \frac{h^5}{90} \cdot f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in [-h, h].$$

22. Оценка погрешности методом двойного пересчета. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Практически важно вести вычисления до достижения заданной точности  $\varepsilon$  по той или иной квадратурной формуле. Этой цели удовлетворяет метод двойного пересчета, который заключается в следующем. По квадратурной формуле проводят вычисление интеграла с шагом  $h$  и получают значение интеграла  $I(h)$ . Затем уменьшают шаг вдвое (т.е. увеличивают  $n$  вдвое) и получают новое приближенное значение интеграла  $I(\frac{h}{2})$ . Чтобы определить, как сильно уклоняется значение  $I(\frac{h}{2})$  от точного значения  $I$ , используется правило Рунге:

$$\left| I - I\left(\frac{h}{2}\right) \right| \approx \frac{1}{2^k - 1} \left| I(h) - I\left(\frac{h}{2}\right) \right|, \quad (7)$$

где  $k=2$  для формул прямоугольников и трапеций и  $k=4$  для формулы Симпсона.

### 23. Метод Монте-Карло вычисления интегралов (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

1. Сущность метода Монте-Карло

Сущность метода Монте-Карло следующая: требуется найти значение  $A$  некоторой изучаемой величины. Для этого выберем такую случайную величину  $X$ , математическое ожидание которой равно  $A$ :

$$M(x) = A$$

На практике поступаем так: производим  $n$  испытаний, в результате которых получаем  $n$  возможных значений  $x$ ; вычисляем их среднее арифметическое

$$\bar{x} = (\sum x_i) / n$$

и принимаем в качестве оценки (приближенного значения) искомого числа  $a$ :

$$a \cong \bar{x}$$

### 24. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Дифференциальное уравнение и его решение. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений можно разбить на следующие группы: графические, аналитические, приближенные и численные.

### 25. Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Простейшим численным методом решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения является метод Эйлера.

### 26. Метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод Эйлера является частным случаем методов первого и второго порядков, относящихся к классу методов Рунге-Кутты.

### 27. Решение уравнений с частными производными методом сеток. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Для решения дифференциального уравнения методом конечных разностей (сеток) сначала область, на которой ищется решения, заменяется дискретным множеством точек (разностной сеткой). В этой методе, правило, используется регулярные сетки, шаг которых либо постоянен, либо меняется по несложному закону.

### 28. Метод средних. Ответ: (ОК 01-02, ОК 09)

Согласно методу средних, за наилучшую эмпирическую зависимость принимается та, которая обеспечивает нулевое значение суммы отклонений по всем экспериментальным точкам, т.е. алгебраическая сумма невязок равна нулю.

### 29. Метод наименьших квадратов. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

В основе МНК лежит положение, согласно которому наилучшим приближением к теоретической будет такая прямая линия, для которой сумма квадратов разностей экспериментальных значений  $y_i$  и соответствующих вычисленных значений  $f(x, k, b)$  является минимальной.

(ОК 01-02, ОК 09)

**ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ  
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

1. Решить способом хорд и касательных с точностью до 0,01 следующее уравнение

$$x^4 + 3x - 20 = 0.$$

Ответ:  $x=0$  (ОК 01-02, ОК 09)

2. Решить уравнение  $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$  методом хорд на отрезке  $[-4;-2]$ .

Ответ: -2. (ОК 01-02, ОК 09)

3. Решить уравнение  $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$  методом Ньютона на отрезке  $[-4;-2]$ .

Ответ: -3,255.

(ОК 01-02, ОК 09)

4. Даны точки (0; 3), (2; 1), (3; 5), (4; 7). Используя интерполяционную формулу Лагранжа, составить уравнение функции, принимающей указанные значения при заданных значениях аргумента.

Ответ:

$$L(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - \frac{25}{3}x + 3 \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$

5. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, построить функцию, принимающую значения заданные таблицей.

|          |    |   |   |    |
|----------|----|---|---|----|
| <b>x</b> | 1  | 3 | 4 | 6  |
| <b>y</b> | -7 | 5 | 8 | 14 |

Ответ:  $P_3(x) = \frac{1}{5}(x^3 - 13x^2 + 69x - 92)$  (ОК 01-02, ОК 09)

6. Даны десятичные логарифмы чисел:

$$\lg 2,0 = 0,30103, \lg 2,1 = 0,32222, \lg 2,2 = 0,34242,$$

$$\lg 2,3 = 0,36173, \lg 2,4 = 0,38021, \lg 2,5 = 0,39794.$$

Пользуясь интерполяционной формулой Ньютона, найти  $\lg 2,03$ .

Ответ:  $\lg 2,03 = 0,30750$  (ОК 01-02, ОК 09)

7. По формуле прямоугольников вычислить  $\int \frac{dx}{x}$ , разбив интервал интегрирования на 10 частей. Оценить погрешность.

Ответ:  $0,72 \pm 0,05$ . (ОК 01-02, ОК 09)

8. По формуле Симпсона вычислить  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ , приняв  $n = 10$ .

Ответ:  $0,69315 \pm 0,00001$ . (ОК 01-02, ОК 09)

9. По формуле трапеций вычислить  $\int_0^5 \frac{7}{x^2+1} dx$ , приняв  $n = 10$ .

Ответ: 9,613805. (ОК 01-02, ОК 09)

10. Найти, используя метод Эйлера, значения функции  $y$ , определяемой

дифференциальным уравнением  $y' = y - x$ , при начальном условии  $y(0) = 1$ , принимая  $h = 0,1$ .

Ограничиваясь отысканием первых четырех значений  $y$ .

Ответ:

|   |   |     |      |  |
|---|---|-----|------|--|
| X | 0 | 0,1 | 0,2  |  |
| y | 1 | 1,1 | 1,18 |  |

(ОК 01-02, ОК 09)

**Критерии оценки на  
дифференцированном зачете**

| «отлично»  | «хорошо»   | «удовлетворительно»  | «неудовлетворительно»   |
|--|--|--|---|
| студент раскрывает теоретический вопрос билета, практическое задание выполняет без ошибок, уверенно отвечает на дополнительные вопросы | студент раскрывает теоретический вопрос, практическое задание выполняет без ошибок, на дополнительные вопросы отвечает уверенно, допускает не точности в определениях. | студент раскрывает теоретический вопрос не в полной мере, допускает неточности в формулировках (1-2 ошибки), практическое задание выполнено частично, с допущением ошибок в расчётах | Теоретический вопрос не раскрыт, практическое задание не выполнено. |