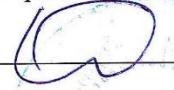


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал) КФУ



**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора по  
образовательной деятельности

  
С.Ю. Бахвалов  
«15» 05 2025 г.  


**Программа дисциплины (модуля)**  
*Математическое и имитационное моделирование транспортных  
процессов*

Направление подготовки/специальность: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Проектирование и управление  
интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) к.н. (доцент) Усманов И.Т. (Кафедра математики и прикладной информатики).

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК-3	Способен проектировать и управлять ИТ-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.1.	Знать способы проектирования и управления ИТ-проектами, технологии тестирования компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.2.	Уметь проектировать и управлять ИТ-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.3.	Владеть способностью проектировать и управлять ИТ-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;

современные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с применением основных методов математического моделирования, основные математические модели возможные сферы их приложений.

Должен уметь:

рационально применять естественнонаучные знания, решать задачи вычислительного и аналитического характера в области математического моделирования;

анализировать и самостоятельно по заданному алгоритму разрабатывать организационно-технические процессы с применением основных методов математического моделирования, решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического моделирования.

Должен владеть:

способностью рационально применять естественнонаучные знания; навыками исследования математических моделей решения практических задач методами математического анализа и дифференциальных уравнений;

способностью анализировать и самостоятельно по заданному алгоритму разрабатывать организационно-технические процессы с применением основных методов математического моделирования, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел " Б1.В.02.04 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 23.03.01 Технология транспортных процессов и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 14 часа(ов), в том числе лекции - 6 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 8 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 90 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 4 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	<b>Разделы дисциплины / модуля</b>	<b>Семестр</b>	<b>Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)</b>			<b>Самостоятельная работа</b>
			<b>Лекции</b>	<b>Практические занятия</b>	<b>Лабораторные работы</b>	
1.	Тема 1. Некоторые известные модели математической физики	6	1	0	0	13
2.	Тема 2. Задачи химической кинетики	6	1	0	1	13
3.	Тема 3. Математическая теория борьбы за существование	6	1	0	1	13
4.	Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса	6	1	0	1	13
5.	Тема 5. Нелинейные модели	6	1	0	2	13
6.	Тема 6. Динамика сорбции газов	6	0	0	1	13
7.	Тема 7. Моделирование сложных объектов	6	1	0	2	12
	<b>Итого</b>		<b>6</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>90</b>

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Некоторые известные модели математической физики**

Колебания камертонов. Задача Стефана. Задача Стефана представляет собой особый вид краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных, описывающая изменение фазового состояния вещества, при котором положение границы раздела фаз изменяется со временем. Наличие границ раздела между фазами, которые не задаются явно и могут смещаться со временем, является характерной особенностью таких задач. Скорость смещения межфазовых границ определяется дополнительным условием на границе раздела фаз, что приводит задачу к нелинейному виду.

**Тема 2. Задачи химической кинетики**

Брюсселлятор. Реакция Белоусова - Жаботинского - класс химических реакций, протекающих в колебательном режиме, при котором некоторые параметры реакции (цвет, концентрация компонентов, температура и др.) изменяются периодически, образуя сложную пространственно-временную структуру реакционной среды. При определенных условиях эти системы могут демонстрировать очень сложные формы поведения от регулярных периодических до хаотических колебаний и являются важным объектом исследования универсальных закономерностей нелинейных систем.

**Тема 3. Математическая теория борьбы за существование**

Система "хищник - жертва" - сложная экосистема, для которой реализованы долговременные отношения между видами хищника и жертвы, типичный пример коэволюции. Отношения между хищниками и их жертвами развиваются циклически, являясь иллюстрацией нейтрального равновесия. Модель совместного существования двух биологических видов (популяций) типа "хищник - жертва" называется также моделью Вольтерры - Лотки.

**Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса**

Математическое моделирование экосистем является научным направлением, которое становится действенным аппаратом познания экологических процессов, приближают к осуществлению практики управления ими. Подобные модели содержат в себе информацию как априорную, заключенную в структуре математической модели (тип дифференциального, интегрального, разностного, балансового или другого уравнения), так и информацию, содержащуюся в параметрах (коэффициентах) модели, которые определяются из опытных данных.

**Тема 5. Нелинейные модели**

Уравнение Кортевега - де Фриза - нелинейное уравнение в частных производных третьего порядка, играющее важную роль в теории нелинейных волн, в основном гидродинамического происхождения. Впервые было получено Жозефом Буссинеском в 1877 году, но подробный анализ был проведен уже Дириком Кортевегом и Густавом де Фризом в 1895 году. Для уравнения Кортевега - де Фриза найдено большое количество точных решений, представляющих собой стационарные нелинейные волны.

**Тема 6. Динамика сорбции газов**

Задача Гурса - это разновидность краевой задачи для гиперболических уравнений и систем 2-го порядка с

двумя независимыми переменными по данным на двух выходящих из одной точки характеристических кривых. Применительно к частному гиперболическому уравнению второго порядка с двумя независимыми переменными, Б. Риман предложил "метод интегрирования Римана". Для применения метода необходимо построить функцию Римана, являющуюся решением специальной характеристической задачи Коши.

### **Тема 7. Моделирование сложных объектов**

Физически "безопасный" ядерный реактор. Гидрологический "барьер" против загрязнения грунтовых вод. Сложные режимы обтекания тел газом. Экологически приемлемые технологии сжигания углеводородных топлив. Нелинейные эффекты в лазерной термоядерной плазме. Климатические последствия ядерного конфликта. Процессы в переходной экономике. Тоталитарные и анархические эволюции распределения власти в иерархиях.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержен приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996н/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий

библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Введение в математическое моделирование - <https://www.intuit.ru/studies/courses/2260/156/info>

Компьютерное моделирование - <https://www.intuit.ru/studies/courses/643/499/INFO>

Основы математического моделирования - <https://www.intuit.ru/studies/courses/66/66/info>

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
лекции	Следует вести конспект лекции и ознакомиться с литературой рекомендуемой для прочтения. Если возникают трудности в понимании лекционного материала следует обратиться к преподавателю, который читает лекции. Для успешного освоения лекционного материала, необходимо прорабатывать материал, проводить подробный вывод формул, в том случае, если это не было сделано на преподавателем на лекции.
лабораторные работы	Для успешного выполнения лабораторных работ требуется изучить материал лекций. Приступить к выполнению лабораторной работы можно после предварительного прочтения теоретического материала. Выполнение следует проводить руководствуясь порядком работы. Успешное выполнение лабораторной работы означает, что студент выполнил основную работу, а также ответил на вопросы или выполнил дополнительные задания.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов по дидактической сути представляет собой комплекс условий обучения, организуемых преподавателем и направленных на самоподготовку учащихся. Учебная деятельность протекает без непосредственного участия преподавателя и заключается в проработке лекционного материала, подготовке к устному опросу и тестированию, к практическим занятиям; изучении учебной литературы из основного и дополнительного списка.
зачет	При подготовке к зачету необходимо просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к зачету. Про решать тестовые задания, предложенные в учебно-методическом комплексе. При этом для эффективного закрепления информации первый раз без использования учебных материалов, второй раз с их использованием.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебные аудитории № 60 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы. Комплект мебели (посадочных мест) 29 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Компьютерный класс: Компьютеры intel core i5 15 шт. Мониторы ViewSonic 22d 15 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска IQBoard DVT TN082 1 шт. Трибуна 1 шт. Кондиционер 1 шт. Настенные полки 6 шт. Шкаф двухстворчатый с полками 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемым дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 23.03.01 "Технология транспортных процессов" и профилю подготовки "Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами".

*Приложение №1*

*к рабочей программе дисциплины (модуля)*

*Б1.В.02.04 Математическое и имитационное моделирование транспортных процессов*

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине**

*Б1.В.02.04 Математическое и имитационное моделирование транспортных процессов*

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
    - 4.1.1. Лабораторные работы
      - 4.1.1.1. Порядок проведения.
      - 4.1.1.2 Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Тестирование
      - 4.1.2.1. Порядок проведения.
      - 4.1.2.2 Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации (зачет)
    - 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
      - 4.2.1.1. Порядок проведения.
      - 4.2.1.2 Критерии оценивания.
      - 4.2.1.3. Оценочные средства.
    - 4.2.2. Практическое задание
      - 4.2.2.1. Порядок проведения.
      - 4.2.2.2 Критерии оценивания.
      - 4.2.2.3. Оценочные средства.

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ПК-3 - Способен проектировать и управлять ИТ-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных	<p>Знает рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; современные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с применением основных методов математического моделирования, основные математические модели возможные сферы их приложений.</p> <p>Умеет рационально применять естественнонаучные знания, решать задачи вычислительного и аналитического характера в области математического моделирования; анализировать и самостоятельно по заданному алгоритму разрабатывать организационно-технические процессы с применением основных методов математического моделирования, решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического моделирования.</p> <p>Владеет способностью рационально применять естественнонаучные знания; навыками исследования математических моделей решения практических задач методами математического анализа и дифференциальных уравнений; способностью анализировать и самостоятельно по заданному алгоритму разрабатывать организационно-технические процессы с применением основных методов математического моделирования, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.</p>	<p>Текущий контроль:</p> <p>Лабораторные работы по темам</p> <p>Тема 1. Некоторые известные модели математической физики</p> <p>Тема 2. Задачи химической кинетики</p> <p>Тема 3. Математическая теория борьбы за существование</p> <p>Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса</p> <p>Тема 5. Нелинейные модели</p> <p>Тема 6. Динамика сорбции газов</p> <p>Тема 7. Моделирование сложных объектов</p> <p>Тестирование по темам</p> <p>Тема 1. Некоторые известные модели математической физики</p> <p>Тема 2. Задачи химической кинетики</p> <p>Тема 3. Математическая теория борьбы за существование</p> <p>Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса</p> <p>Тема 5. Нелинейные модели</p> <p>Тема 6. Динамика сорбции газов</p> <p>Тема 7. Моделирование сложных объектов</p> <p>Промежуточная аттестация:</p> <p><i>Зачет</i></p>

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не засчитано
	Высокий (отлично) уровень	Средний уровень (хорошо)	Низкий уровень (удовлетворительно)	
ПК-3	Знает рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; современные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с применением основных методов	Знает основные рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования, современные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с применением основными методами	Знает отдельные рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования, отдельные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с применением основных методов	Не знает рациональные способы применения естественнонаучных знаний, основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; современные способы анализа и разработки организационно-технических процессов с



	утверждений в этой области.	методами решения задач и доказательства утверждений в этой области, допуская незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи.	утверждений в этой области, допуская типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи.	основных методов математического моделирования, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.
--	-----------------------------	--	--	---

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

6 семестр:

#### Текущий контроль:

Лабораторные работы по темам

Тема 1. Некоторые известные модели математической физики

Тема 2. Задачи химической кинетики

Тема 3. Математическая теория борьбы за существование

Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса

Тема 5. Нелинейные модели

Тема 6. Динамика сорбции газов

Тема 7. Моделирование сложных объектов

Тестирование

Тема 1. Некоторые известные модели математической физики

Тема 2. Задачи химической кинетики

Тема 3. Математическая теория борьбы за существование

Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса

Тема 5. Нелинейные модели

Тема 6. Динамика сорбции газов

Тема 7. Моделирование сложных объектов

Выполнение каждого оценочного средства оценивается по шкале: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Общая оценка за текущий контроль представляет собой среднее значение между полученными оценками за все оценочные средства.

#### Промежуточная аттестация - зачет

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий зачет обеспечивает случайное распределение вариантов зачетных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете.

Зачет проводится по билетам. В каждом билете два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и практическое задание.

Выполнение каждого задания за промежуточную аттестацию оценивается по шкале: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Общая оценка за промежуточную аттестацию представляет собой среднее значение между полученными оценками за все оценочные средства промежуточной аттестации.

В случае невозможности установления среднего значения оценки за промежуточную аттестацию (например, «хорошо» или «отлично»), итоговая оценка выставляется экзаменатором, исходя из принципа справедливости и беспристрастности на основании общего впечатления о качестве и добросовестности освоения обучающимся дисциплины (модуля).

Виды оценок:

#### Для зачета:

Зачтено

Не зачтено

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Лабораторные работы

Тема 1. Некоторые известные модели математической физики

Тема 2. Задачи химической кинетики  
Тема 3. Математическая теория борьбы за существование  
Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса  
Тема 5. Нелинейные модели  
Тема 6. Динамика сорбции газов  
Тема 7. Моделирование сложных объектов

#### **4.1.1.1. Порядок проведения.**

Лабораторные работы проводятся в часы аудиторной работы.

Перед выполнением каждой работы студенты-бакалавры должны проработать соответствующий материал, используя конспекты теоретических занятий, периодические издания, учебно-методические пособия и учебники.

По окончании занятий студенты оформляют отчет по каждой работе, соблюдая следующую форму:

- Наименование темы;
- Цель работы;
- Задание и содержание выполненной работы,
- Письменные ответы на контрольные вопросы.
- Выводы по проделанной работе.
- Список использованных источников.

#### **4.1.1.2 Критерии оценивания**

##### **Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнил все задания. Продемонстрировал высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

Лабораторная работа № 1

"Движение тел в среде с учетом трения"

Задания к лабораторной работе

- 1) Выписать математическую модель, определить состав набора входных параметров и их конкретные числовые значения.
- 2) Спроектировать пользовательский интерфейс программы моделирования, обращая особое внимание на формы представления результатов.
- 3) разработать самостоятельно программу интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений с оценкой точности расчетов.
- 4) Произвести отладку и тестирование разработанной программы.
- 5) Выполнить конкретное задание из своего варианта работы.
- 6) Качественно проанализировать результаты моделирования.
- 7) Создать текстовый отчет по лабораторной работе, включающий:
  - титульный лист (указать название работы, исполнителя, номер группы и т.д.);
  - постановку задачи и описание модели;
  - результаты тестирования программы;
  - результаты, полученные в ходе выполнения задания (в различных формах).

Варианты заданий

Вариант 1. Парашютист прыгает с некоторой высоты и летит, не открывая парашюта; на какой высоте (или через какое время) ему следует открыть парашют, чтобы иметь к моменту приземления безопасную скорость (не большую 10 м/с)?

Вариант 2. Изучить, как связана высота прыжка с площадью поперечного сечения парашюта, чтобы скорость приземления была безопасной.

Вариант 3. Промоделировать падение тела с заданными характеристиками (массой, формой) в различных вязких средах. Изучить влияние вязкости среды на характер движения. Скорость движения должна быть столь невелика, чтобы квадратичной составляющей силы сопротивления можно было пренебрегать.

Вариант 4. Промоделировать падение тела с заданными характеристиками (массой, формой) в различных плотных средах. Изучить влияние плотности среды на характер движения. Скорость движения должна быть достаточно большой, чтобы линейной составляющей силы сопротивления можно было пренебрегать (на большей части пути).

Вариант 5. Промоделировать движение исследовательского зонда, «выстреленного» вертикально вверх с уровня земли. В верхней точке траектории над зондом раскрывается парашют, и он плавно спускается в точку старта.

Вариант 6. Промоделировать движение исследовательского зонда, «выстреленного» вертикально вверх с летящего над землей самолета. В верхней точке траектории над зондом раскрывается парашют, и он плавно спускается на землю.

Вариант 7. Глубинная бомба, установленная на взрыв через заданное время, сбрасывается со стоящего неподвижно противолодочного корабля. Исследовать связь между глубиной, на которой произойдет взрыв, и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 8. Глубинная бомба, установленная на взрыв на заданной глубине, сбрасывается со стоящего неподвижно противолодочного корабля. Исследовать связь между временем достижения заданной глубины и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 9. Провести моделирование взлета ракеты при значениях параметров  $m_0 = 2 \dots 10$  7 кг,  $t_{кон} = 2 \dots 10$  5 кг,  $\alpha_{зап} = 2 \dots 10$  5 кг/с,  $F_{тяги} = 4 \dots 10$  8 Н. Ответить на вопрос, достигнет ли ракета при этих значениях параметров первой космической скорости 7,8 км/с?

Вариант 10. Провести исследование соотношения входных параметров  $m_0$  и  $F_{тяги}$ , при которых ракета достигнет первой космической скорости (и в соответствующий момент исчерпает горючее). Остальные входные параметры фиксировать произвольно. Построить соответствующую фазовую диаграмму в переменных ( $m_0$ ,  $F_{тяги}$ ).

Вариант 11. Разработать и исследовать усовершенствованную модель взлета ракеты, приняв во внимание, что реальные космические ракеты обычно двухи трехступенчатые и двигатели разных ступеней имеют разную силу тяги.

Вариант 12. Промоделировать движение исследовательского зонда, снабженного разгонным двигателем небольшой мощности, «выстреленного» вертикально вверх с уровня земли. В верхней точке траектории двигатель выключается, над зондом раскрывается парашют, и он плавно спускается в точку старта.

Вариант 13. Промоделировать движение исследовательского зонда, снабженного разгонным двигателем небольшой мощности, «выстреленного» вертикально вверх с летящего над землей самолета. В верхней точке траектории над зондом раскрывается парашют, и он плавно спускается на землю.

Вариант 14. Глубинная бомба-торпеда, снабженная разгонным двигателем, установленная на взрыв через заданное время, сбрасывается со стоящего неподвижно противолодочного корабля. Исследовать связь между глубиной, на которой произойдет взрыв, и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 15. Глубинная бомба-торпеда, снабженная разгонным двигателем, установленная на взрыв на заданной глубине, сбрасывается со стоящего неподвижно противолодочного корабля. Исследовать связь между временем достижения заданной глубины и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 16. Торпеда, снабженная разгонным двигателем, нацеливается с подводной лодки на стоящий вертикально над ней надводный корабль. Исследовать связь между временем поражения цели и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 17. Построить траектории и найти временные зависимости горизонтальной и вертикальной составляющих скорости и перемещения для тела массой 1 кг, брошенного под углом  $45^\circ$  к горизонту с начальной скоростью 10 м/с: 1) в воздухе; 2) в воде. Сравнить результаты с теми, которые получились бы без учета сопротивления среды (последние можно получить либо численно из той же модели, либо аналитически).

Вариант 18. Найти вид зависимости горизонтальной длины полета тела и максимальной высоты траектории от одного из коэффициентов сопротивления среды, фиксируя все остальные параметры. Представить эту зависимость графически и подобрать подходящую аналитическую формулу, определив ее параметры методом наименьших квадратов.

Вариант 19. Разработать модель подводной охоты. На расстоянии  $r$  под углом  $\alpha_{зап}$  подводный охотник видит неподвижную акулу. На сколько метров выше нее надо целиться, чтобы гарпун попал в цель?

Вариант 20. Поставить и решить задачу о подводной охоте при дополнительном условии: акула движется.

Вариант 21. Промоделировать движение исследовательского зонда, «выстреленного» под углом к горизонту. В верхней точке траектории над зондом раскрывается тормозной парашют, затем зонд плавно движется до земли.

Вариант 22. Глубинная бомба, установленная на взрыв через заданное время, сбрасывается с движущегося противолодочного корабля. Исследовать связь между глубиной, на которой произойдет взрыв, пройденным расстоянием по горизонтали и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

Вариант 23. Глубинная бомба-торпеда, снабженная разгонным двигателем, установленная на взрыв на заданной глубине, сбрасывается с движущегося противолодочного корабля. Исследовать связь между временем достижения заданной глубины, пройденным расстоянием по горизонтали и формой корпуса (сферической, полусферической, каплевидной и т.д.).

- 1) Выписать математическую модель, определить состав набора входных параметров и их конкретные числовые значения.
- 2) Произвести обезразмеривание и найти набор значений безразмерных параметров.
- 3) Спроектировать пользовательский интерфейс программы моделирования, обращая особое внимание на форму представления результатов.
- 4) Разработать самостоятельно программу интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта 4-го порядка.
- 5) Произвести отладку и тестирование полной программы.
- 6) Выполнить конкретное задание из своего варианта работы.
- 7) Качественно проанализировать результаты моделирования.
- 8) Создать текстовый отчет по лабораторной работе, включающий:
  - титульный лист (название работы, исполнителя, группу и т.д.);
  - постановку задачи и описание модели;
  - результаты тестирования программы;
  - результаты, полученные в ходе выполнения задания (в различной форме);
  - качественный анализ результатов.

#### Варианты заданий

Вариант 1. Найти траекторию движения тела массой 1 г, несущего заряд величиной  $q = 10^{-2}$  К, в поле заряда величиной  $Q = 5 \dots 10^{-2}$  К. Начальное расстояние между зарядами 1 м, начальная скорость равна 10 -1 м/с и направлена под углом  $30^\circ$  к оси, соединяющей заряды. Провести моделирование для случая зарядов одного знака.

Вариант 2. В условиях предыдущей задачи провести моделирование для случая зарядов разных знаков.

Вариант 3. Разработать модель движения практически невесомой заряженной частицы в электрическом поле, созданном системой двух фиксированных в пространстве заряженных тел, в случае когда заряженные тела находятся в одной плоскости и в ней же находится движущаяся частица.

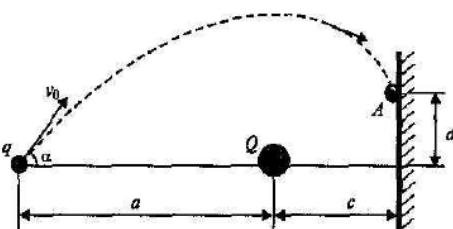
Вариант 4. Разработать модель движения практически невесомой заряженной частицы в электрическом поле, созданном системой четырех фиксированных в пространстве заряженных тел, в случае когда заряженные тела находятся в одной плоскости и в ней же находится движущаяся частица.

#### Вариант

экран. В величины угла разных знаков

Вариант

экрана



приведенному рисунку; заряды частиц имеют одинаковые знаки.

Вариант 7. Промоделировать движение заряженной частицы между пластинами плоского конденсатора. Поле конденсатора считать однородным, начальная скорость частицы направлена параллельно пластинам. Частицу считать практически невесомой.

Вариант 8. Промоделировать движение легкого (практически невесомого) заряженного тела сферической формы между горизонтальными пластинами плоского конденсатора с учетом сопротивления воздуха, находящегося между пластинами.

Вариант 9. Легкая заряженная частица падает вертикально вниз (под влиянием силы тяжести) на одноименно заряженную пластину (начальная скорость обеспечивает движение вниз независимо от соотношения силы тяжести и силы электростатического отталкивания). Промоделировать движение частицы, считая поле, созданное пластиной, однородным.

Вариант 10. Легкая заряженная частица влетает в однородное поле, созданное горизонтально расположенными пластинами конденсатора. Промоделировать ее траекторию, учитывая силу тяжести и электростатическую силу.

Вариант 11. То же, что и в предыдущем варианте, но пластины конденсатора расположены вертикально.

Вариант 12. То же, что и в варианте 11, то пластины конденсатора расположены наклонно.

Вариант 13. Найти траекторию полета кометы, залетевшей в Солнечную систему, у которой на расстоянии от Солнца 100 астрономических единиц (1 а.е. = 1,5 ⋯ 10^11 м ∼ расстояние от Земли до Солнца) скорость ( $v = 10$  км/с) направлена под углом  $\alpha_{\text{кометы}} = 30^\circ$  к оси «комета — Солнце». Является ли эта траектория замкнутой? Если «да», то сколько длится для нее период полета?

Вариант 14. В условиях предыдущей задачи подобрать то значение угла  $\alpha$ , при котором траектория из незамкнутой превращается в замкнутую (скорость в фиксирована).

Вариант 15. В условиях задачи из варианта 14 подобрать то значение скорости  $v$ , при котором траектория из незамкнутой превращается в замкнутую (угол  $\alpha$  фиксирован).

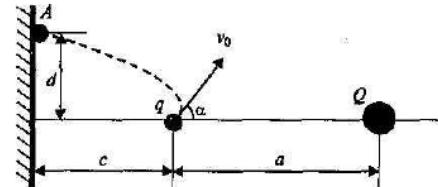
Вариант 16. Проверить в компьютерном эксперименте выполнимость второго закона Кеплера, определяющего движение небесных тел по замкнутой траектории.

Вариант 17. Проверить в компьютерном эксперименте выполнимость третьего закона Кеплера, определяющего движение небесных тел по замкнутой траектории.

Вариант 18. Промоделировать траекторию движения малого космического аппарата, запускаемого с борта

5. Имеется неподвижная заряженная частица с зарядом  $Q$  и точке А экрана находится мишень. При каких соотношениях начальной скорости  $v_0$  движущейся частицы (заряд  $q$ ) и прицеливания  $\alpha$  она попадет в мишень? Заряды частиц — знаков.

6. То же условие, что и в предыдущей задаче, но расположение частиц и соответствует



космической станции, относительно Земли. Запуск осуществляется путем толчка в направлении, противоположном движению станции, по касательной к ее орбите.

Вариант 19. Промоделировать траекторию движения малого космического аппарата, запускаемого с борта космической станции, относительно Земли. Запуск осуществляется путем толчка в направлении, совпадающим с направлением движения станции, по касательной к ее орбите.

Вариант 20. Как будет выглядеть полет искусственного спутника Земли, если учесть возмущающее действие Луны?

Вариант 21. Разработать и реализовать модель движения искусственного спутника Земли при учете воздействия на него малой постоянной силы, обусловленной «солнечным ветром».

Вариант 22. Считая, что движение Луны вокруг Земли происходит практически по круговой орбите, проанализировать воздействие на эту орбиту со стороны Солнца для малого участка движения.

Вариант 23. Проанализировать особенности движения искусственного спутника Земли, движущегося практически по круговой орбите на высоте порядка 300 км, связанные с малым сопротивлением атмосферы.

Вариант 24. Проанализировать изменение круговой орбиты астероида, движущегося вокруг Солнца, под влиянием вулканического выброса с его поверхности.

### Лабораторная работа № 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

1. Задача: Имеется двумерная активная среда, состоящая из элементов, каждый из которых может находиться в трех различных состояниях: покое, возбуждении и рефрактерности. При отсутствии внешнего воздействия, элемент находится в состоянии покоя. В результате воздействия элемент переходит в возбужденное состояние, приобретая способность возбуждать соседние элементы. Через некоторое время после возбуждения элемент переключается в состояние рефрактерности, находясь в котором он не может быть возбужден. Затем элемент сам возвращается в исходное состояние покоя, то есть снова приобретает способность переходить в возбужденное состояние.

Необходимо промоделировать процессы, происходящие в двумерной активной среде при различных параметрах среды и начальном распределении возбужденных элементов.

2. Теория. Рассмотрим обобщенную модель Винера - Розенблюта. Мысленно разобъем экран компьютера на элементы, определяемые индексами  $i, j$  и образующими двумерную сеть. Пусть состояние каждого элемента описывается фазой  $u_{i,j}(t)$ , и концентрацией активатора  $u_{i,j}^*(t)$ , где  $t$  -- дискретный момент времени.

Если элемент находится в покое, то будем считать, что  $u_{i,j}(t) = 0$ . Если вследствие близости возбужденных элементов концентрация активатора  $u_{i,j}^*(t)$  достигает порогового значения  $h$ , то элемент возбуждается и переходит в состояние 1. Затем на следующем шаге он переключается в состояние 2, затем -- в состояние 3 и т.д., оставаясь при этом возбужденным. Достигнув состояния 3 элемент переходит в состояние рефрактерности. Через  $(s - r)$  шагов после возбуждения элемент возвращается в состояние покоя.

Будем считать, что при переходе из состояния  $s$  в состояние покоя 0 концентрация активатора становится равной 0. При наличии соседнего элемента, находящегося в возбужденном состоянии, она увеличивается на 1. Если  $r$  ближайших соседей возбуждены, то на соответствующем шаге к предыдущему значению концентрации активатора прибавляется число возбужденных соседей:  $u_{i,j}^*(t + \Delta t) = u_{i,j}^*(t) + r$ .

Можно ограничиться учетом ближайших восьми соседних элементов.

3. Алгоритм. Для моделирования автоволновых процессов в активной среде необходимо составить цикл по времени, в котором вычисляются фазы элементов среды в последующие моменты времени и концентрация активатора, стирается предыдущее распределение возбужденных элементов и строится новое. Алгоритм модели представлен ниже.

1. Задают число элементов активной среды, ее параметры  $s, r, h$ , начальное распределение возбужденных элементов.

2. Начало цикла по  $t$ . Дают приращение по времени: переменной  $t$  присваивают значение  $t + \Delta t$ .

3. Перебирают все элементы активной среды, определяя их фазы  $u_{i,j}(t + \Delta t)$  и концентрацию активатора  $u_{i,j}^*(t + \Delta t)$  в момент  $t + \Delta t$ .

4. Очищают экран и строят возбужденные элементы активной среды.

7. Возвращение к операции 2. Если цикл по  $t$  закончился, -- выход из цикла.

4. Компьютерная программа. Ниже представлена программа, моделирующая активную среду и происходящие в ней процессы. В программе заданы начальные значения фазы  $u_{i,j}(t + \Delta t)$  всех элементов активной среды, а также имеется цикл по времени, в котором рассчитываются значения  $u_{i,j}(t + \Delta t)$  в следующий момент  $t + \Delta t$  и осуществляется графический вывод результатов на экран. Параметры среды  $r = 6, s = 13, h = 5$ , то есть каждый элемент кроме состояния покоя может находиться в 6 возбужденных состояниях и 7 состояниях рефрактерности. Пороговое значение концентрации активатора равно 5. Программа строит однорукавную волну, осциллятор и препятствие.

Program PROGRAMMA6;

uses dos, crt, graph;

Const N=110; M=90; s=13; r=6; h=5;

Var y, yy, u : array [1..N,1..M] of integer;

ii, jj, j, k, Gd, Gm : integer; i : Longint;

Label met;

BEGIN

Gd:= Detect; InitGraph(Gd, Gm, 'c:\bp\bgi');

If GraphResult <> grOk then Halt(1);

```

setcolor(8); setbkcolor(15);
(* y[50,50]:=1; { Одиночная волна } *)
  For j:=1 to 45 do { Однорукавная волна }
    For i:=1 to 13 do y[40+i,j]:=i;
  (* For j:=1 to M do { Двурукавная волна } *)
    For i:=1 to 13 do begin y[40+i,j]:=i;
    If j>40 then y[40+i,j]:=14-i; end; *)
Repeat
  If k=round(k/20)*20 then y[30,30]:=1; {Оscиллятор 1}
  (* If k=round(k/30)*30 then y[20,50]:=1; {Oscиллятор 2} *)
    For i:=2 to N-1 do For j:=2 to M-1 do begin
      If (y[i,j]>0) and (y[i,j]<s) then yy[i,j]:=y[i,j]+1;
      If y[i,j]=s then begin yy[i,j]:=0; u[i,j]:=0; end;
      If y[i,j] <> 0 then goto met;
      For ii:=i-1 to i+1 do For jj:=j-1 to j+1 do begin
        If (y[ii,jj]>0) and (y[ii,jj]<=r) then u[i,j]:=u[i,j]+1;
        If u[i,j]>=h then yy[i,j]:=1; end;
      met: end; Delay(2000); {Задержка}
      cleardevice;
      For i:=21 to 70 do begin
        yy[i,60]:=0; yy[i,61]:=0; {Препятствие}
        circle(6*i-10,500-6*60,3); circle(6*i-10,500-6*61,3); end;
      For i:=1 to N do For j:=1 to M do
        begin y[i,j]:=yy[i,j]; setcolor(12);
        If (y[i,j]>=1) and (y[i,j]<=r) then circle(6*i-10,500-6*j,3);
        setcolor(8);
        If (y[i,j]>6) and (y[i,j]<=s) then circle(6*i-10,500-6*j,2);
        end;
      until KeyPressed;
      CloseGraph;
      END.

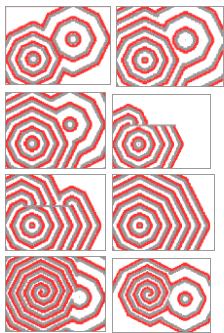
```

### 5. Задания для самостоятельного решения.

- Получите модель одиночной волны возбуждения. Для этого достаточно один из элементов активной среды перевести в возбужденное состояние.
- Промоделируйте серию автоволн. Для этого необходимо, чтобы один из элементов совершил периодические колебания, то есть автоматически через заданное число шагов переходил в возбужденное состояние 1. Такой элемент называется осциллятором. Для получения серии автоволн следует активизировать строку с пометкой "Осциллятор 1".
- Промоделируйте дифракцию автоволн. Для этого необходимо создать волну, на пути которой расположено препятствие, например, непрозрачный экран, состоящий из невозбуждающихся элементов, расположенных вдоль прямой и всегда находящихся в состоянии 0.
- Изучите распространение автоволн в двумерной среде, содержащей два параллельно расположенных экрана или экран с отверстием. Пронаблюдайте анигилиацию автоволн, распространяющихся навстречу друг другу.
- Промоделируйте эффект синхронизации, состоящий в том, что при наличии двух или более источников автоволн происходит их взаимодействие, в результате которого высокочастотные источники подавляют низкочастотные. В конце концов наступает синхронизация колебаний элементов среды: колебания происходят с частотой, равной частоте высокочастотного источника. Чтобы пронаблюдать это явление на экране компьютера, следует смоделировать два осциллятора, работающих на разных частотах. Для этого необходимо активизировать операторы с пометками "Осциллятор 1" и "Осциллятор 2".



- Промоделируйте образование однорукавных спиральных волн. Спиральные волны образуются на краях фронта волны, поэтому для моделирования этого процесса необходимо в блоке начальных условий задать плоскую волну, фронт которой обрывается в середине экрана.
- Промоделируйте образование двухрукавных спиральных волн.
- Изучите зависимость частоты вращения однорукавной спиральной волны от параметров среды ( $r$ ,  $s$ ,  $h$ ). Повторите этот вычислительный эксперимент для двухрукавной волны.
- Промоделируйте взаимодействие спиральных автоволн с автоволнами, вырабатываемыми осциллятором, колеблющимся с низкой частотой.
- Исследуйте распространение и анигилиацию одиночного импульса в одномерной активной среде.
- Изучите распространение автоволн в одномерной активной среде при наличии осциллятора.
- Промоделируйте распространение одиночного импульса в одномерной активной среде, последний элемент которой контактирует с первым.
- Создайте компьютерную модель распространения автоволн в трехмерной активной среде.



#### Лабораторная работа № 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ

1. Задача. Имеется непрерывная одномерная упругая среда. Заданы колебания отдельных элементов среды и скорость распространения возмущения. Необходимо расчитать смещения элементов среды в последующие моменты времени.

2. Теория. Запишем волновое уравнение:

$$d^2\xi/dt^2 = v^2 d^2\xi/dx^2,$$

где  $v$  -- фазовая скорость волны. Скорость любой точки среды в момент  $t+dt$  составляет:

$$\eta(t+dt) = d\xi(t+dt)/dt = d\xi(t)/dt + d(d\xi(t)/dt) = \eta(t) + v^2(d^2\xi/dx^2)dt.$$

Разобъем среду на  $N$  элементов равной длины с шагом  $h$ , смещение которых из положения равновесия обозначим через  $\xi_i$  где  $i=1, 2, \dots, N$  -- номер элемента. Скорость  $i$ -го элемента в момент  $t+\Delta t$  равна:

$$\eta_i(t+\Delta t) = \eta_i(t) + \theta_i(t+\Delta t)\Delta t,$$

где  $\theta_i(t+\Delta t)$  -- ускорение  $i$ -го элемента:

$$\theta_i(t+\Delta t) = v^2(\xi_{i+1} - 2\xi_i + \xi_{i-1})/h^2.$$

Тогда смещение  $i$ -го элемента в момент времени  $t+\Delta t$  из положения равновесия составляет

$$\xi_i(t+\Delta t) = \xi_i(t) + \eta_i(t+\Delta t)\Delta t.$$

3. Алгоритм. Для построения "моментальной фотографии волны" в последующие моменты времени необходимо составить цикл по  $i$ , в котором перебираются все элементы среды, вычисляются их смещения из положения равновесия. После этого стирается предыдущая моментальная фотография волны и строится новая. Этот цикл должен находиться внутри цикла по времени. Алгоритм модели представлен ниже.

1. Задают число элементов  $N$ , скорость распространения волны, а также уравнения колебаний отдельных элементов среды (например:  $\xi[1]:=2*\sin(t)$ ).

2. Начало цикла по  $t$ . Дают приращение по времени: переменной  $t$  присваивают значение  $t+\Delta t$ .

3. Вычисляют смещение элементов среды, которые колеблются по заданному закону.

4. В цикле перебираются все элементы от 2 до  $N-1$ . При этом записывают значения смещений  $x_i[i]$  в массив  $xxii[i]$  и вычисляют скорости элементов в момент времени  $t+\Delta t$ :

$$\eta_i(t+\Delta t) = \eta_i(t) + v^2[(\xi_{i+1} - 2\xi_i + \xi_{i-1})/h^2]\Delta t.$$

записывая их в массив  $eta[i]$ .

5. В цикле перебираются все элементы и вычисляются их смещения по формуле:

$$\xi_i(t+\Delta t) = \xi_i(t) + \eta_i(t+\Delta t)\Delta t.$$

6. В цикле перебирают все элементы, стирают их предыдущие изображения и рисуют новые.

7. Возвращение к операции 2. Если цикл по  $t$  закончился, -- выход из цикла.

4. Компьютерная программа. Предлагаемая программа моделирует прохождение и отражение импульса от "границы раздела двух сред".

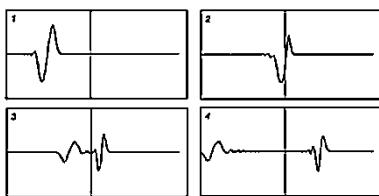
```
program PROGRAMMA6;
uses crt, graph;
const n=200; h=1; dt=0.05;
var i, j, DriverVar,
ModeVar, ErrorCode : integer;
eta,xi,xxii : array[1..N] of real;
t, vv : real;
Procedure Graph_Init;
begin {- Инициализация графики -}
DriverVar:=Detect;
InitGraph(DriverVar,ModeVar,'c:\bp\bgi');
ErrorCode:=GraphResult;
if ErrorCode<>grOK then Halt(1);
end;
Procedure Raschet; {Расчет смещения}
begin for i:=2 to N-1 do
begin
xxii[i]:=xi[i];
if i<N/2 then vv:=4 else vv:=0.5;
eta[i]:=eta[i]+vv*(xi[i+1]-2*xi[i]+xi[i-1])/(h*h)*dt;
end;
```

```

for i:=2 to N-1 do xi[i]:=xi[i]+eta[i]*dt;
xi[N]:=0;      {Конец закреплен}
{ xi[N]:=xi[N-1];} { незакрепленный}
end;
Procedure Draw;
begin      {- Вывод на экран -}
setcolor(black);
line(i*3-3,240-round(xxii[i-1]*50),i*3,240-round(xxii[i]*50));
setcolor(white);
line(i*3-3,240-round(xi[i-1]*50),i*3,240-round(xi[i]*50));
end;
BEGIN      {- Основная программа -}
Graph_Init;
Repeat t:=t+dt;
if t<6.28 then xi[1]:=2*sin(t) else xi[1]:=0;
Raschet; For i:=1 to N do Draw;
until KeyPressed; CloseGraph;
END.

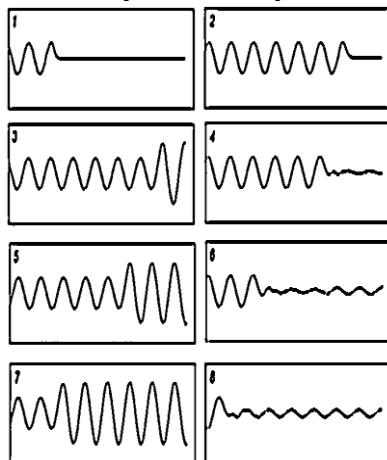
```

Рассмотренная выше компьютерная модель позволяет выполнить серию численных экспериментов и изучить следующие явления: 1) распространение и отражение волны (одиночного импульса, цуга) от закрепленного и незакрепленного конца упругой среды; 2) интерференция волн (одиночных импульсов, цугов), возникающая в результате отражения падающей волны либо излучения двух когерентных волн; 3) отражение и прохождение волны (одиночного импульса, цуга) через границу раздела двух сред; 4) изучение зависимости длины волны от частоты и скорости распространения; 5) наблюдение изменения фазы отраженной волны на  $\pi$  при отражении от среды, в которой скорость волны меньше.



##### 5. Задания для студентов.

1. Промоделируйте распространение волны и ее отражение от закрепленного (незакрепленного) правого конца среды в случае, когда ее левый элемент совершают гармонические колебания.
2. Изучите распространение и отражение импульса в случае, когда левый элемент среды совершил полколебания.
3. Пронаблюдайте суперпозицию волн, испускаемых двумя элементами, колеблющимися с равными (различными) частотами и отстоящими друг от друга на расстояние  $a$ .
4. Промоделируйте возникновение стоячей волны при отражении гармонической волны от правого закрепленного (незакрепленного) конца шнура.
5. Изучите интерференцию двух цугов, распространяющихся навстречу.
6. Промоделируйте отражение одиночного импульса от границы раздела двух сред с различными скоростями распространения волн. Для этого необходимо задать различные значения  $a$  для левой и правой половинок шнура.
7. Используя модель, изучите зависимость длины волны от частоты.



Лабораторная работа № 5 МОДЕЛЬ ЯВЛЕНИЙ ПЕРЕНОСА (ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ, ДИФФУЗИЯ, ВЯЗКОСТЬ)  
 1. Задача: Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которого зависит от координаты  $a=a(x,y)$ . Задано начальное распределение температуры  $T=T(x,y)$ , а также мощность  $q_n$  и координаты  $(x_n, y_n)$  источников тепла. Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

2. Теория. Уравнение теплопроводности для пластины:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q(x, y),$$

где  $q(x, y)$  -- скорость увеличения температуры, обусловленная наличием в точке с координатами  $(x, y)$  источников (поглотителей тепла) тепла.

Приращение температуры равно:

$$dT = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dt + q(x, y)dt.$$

Разобьем прямоугольную пластину на элементы, образующие вертикальные столбцы с номером  $i$  и горизонтальные строки с номером  $j$ . Пусть в некоторый дискретный момент времени  $t$  температура элемента  $i$ -го столбца  $j$ -ой строки была равна  $T_{i,j}(t)$ . Чтобы найти ее значение в следующий момент времени  $t+dt$  необходимо численно решить представленное выше дифференциальное уравнение отдельно по столбцам и отдельно по строкам.

Решая одномерную задачу теплопроводности по столбцам, получаем:

$$T_{i,j}(t+dt) = T_{i,j}(t) + a[(T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1})/h^2]dt + q_{i,j}dt,$$

где  $q_{i,j}$  -- быстрая увеличения температуры элемента вследствие наличия в нем источника тепла,  $h=1$ . Аналогичным образом решается уравнение теплопроводности по строкам:

$$T_{i,j}(t+dt) = T_{i,j}(t) + a[(T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j})/h^2]dt + q_{i,j}dt,$$

Организовав два цикла по  $i$  и  $j$ , в которых перебираются все элементы пластины, вложенные в цикл по времени, можно распределить температуру пластины в последующие моменты времени. Чтобы исключить влияние направления перебора элементов на результаты моделирования, следует организовать 4 цикла, в которых элементы пластины перебираются слева направо, справа налево, снизу вверх, сверху вниз.

### 3. Алгоритм.

1. Задают коэффициенты температуропроводности  $a$  и  $b$  вдоль осей координат  $x$  и  $y$ , начальное распределение температуры  $T_{i,j}(0)$  различных элементов пластины, координаты и мощности источников тепла  $q_{i,j}$ . Считают, что  $t=0$ .

2. Путем последовательного перебора элементов  $i$ -го столбца от  $j=1$  до  $M$  с помощью конечно-разностного уравнения (1) пересчитывают их температуры в следующий дискретный момент времени. Повторяют расчеты для всех столбцов.

3. Повторяют ту же самую процедуру в противоположном направлении, перебирая элементы от  $j=M$  до 1 и используя уравнение (1).

4. Путем последовательного перебора элементов  $j$ -ой строки от  $i=1$  до  $N$  с помощью конечно-разностного уравнения (2) пересчитывают их температуры в следующий дискретный момент времени. Повторяют расчеты для всех строк.

5. Повторяют ту же самую процедуру в противоположном направлении, перебирая элементы от  $i=N$  до 1 и используя уравнение (2).

6. Вводят текущее распределение температуры на экран, закрашивая элементы с различной температурой различными цветами.

7. Возвращение к операции 2. Если цикл по  $t$  закончился, -- выход из цикла.

4. Компьютерная программа. Предлагаемая компьютерная программа позволяет исходя из начального распределения температуры и наличия источников тепла, рассчитать температуру различных точек прямоугольной пластины в дискретные моменты времени.

program PROGRAMA7;

uses crt, graph;

const n=100; m=100; h=1; dt=0.2;

var ii,jj,kk,i,j,DriverVar, ModeVar, ErrorCode : integer;

t: array[1..N, 1..M] of real; q,a,b,bb :real; naprav,uslovie: boolean;

procedure Init; {---- Инициализация графики ----}

begin DriverVar:=Detect; InitGraph(DriverVar,ModeVar,'c:\bp\bgi');

ErrorCode:=GraphResult; if ErrorCode <> grOK then Halt(1); end;

procedure Param\_sred; {---Коэффициент температуропроводности---}

begin if j<70 then a:=2 else a:=1; end;

procedure Istoch; {--- Источники тепла ---}

begin if ((i>45)and(i<55))and((j>70)and(j<75)) then q:=50 else q:=0; end;

procedure Nach\_uslov; {-- Начальное распределение температуры --}

begin For i:=1 to N do For j:=1 to M do

begin uslovie:=((j<65)and(j>45)and(i>20)and(i<30))

or((j<45)and(j>35)and(i>50)and(i<60));

if uslovie=true then t[i,j]:=450 else t[i,j]:=1; end;

end;

procedure Raschet; {---- Расчет температуры ----}

```

begin Istoch; Param_sred;
  t[i,j]:=t[i,j]+a*(t[i,j+1]-2*t[i,j]+t[i,j-1])*dt/(h*h)+q;
  if naprav=true then t[i,j]:=t[i,j]+a*(t[i+1,j]-2*t[i,j]+t[i-1,j])*dt/(h*h);
end;

procedure Draw;{---- Вывод на экран ----}
begin if t[i,j]>50 then setcolor(2);
  if t[i,j]>300 then setcolor(12);
  if (t[i,j]<300)and(t[i,j]>120) then setcolor(10);
  if (t[i,j]<120)and(t[i,j]>70) then setcolor(3);
  if (t[i,j]<70)and(t[i,j]>30) then setcolor(4);
  if (t[i,j]<30)and(t[i,j]>20) then setcolor(5);
  if (t[i,j]<20)and(t[i,j]>10) then setcolor(7);
  if t[i,j]<10 then setcolor(15);
  rectangle(i*5+50,j*5+54,j*5+4);
end;

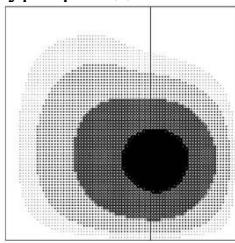
BEGIN      {---- Основная программа ----}
Init; Nach_uslov;
Repeat kk:=kk+1;
For i:=2 to N-1 do For j:=2 to M-1 do begin naprav:=false; Raschet; end;
For j:=2 to M-1 do For i:=2 to N-1 do begin naprav:= true; Raschet; end;
For i:=2 to N-1 do For jj:=2 to M-1 do
  begin j:=M+1-jj; naprav:=true; Raschet; end;
For j:=2 to M-1 do For ii:=2 to N-1 do
  begin i:=N+1-ii; naprav:=false; Raschet; end;
if kk/2=round(kk/2) then For i:=2 to N-1 do For j:=2 to M-1 do Draw;
until KeyPressed; CloseGraph;
END.

```

##### 5. Задания для студентов.

1. Температура группы элементов, находящихся в центре стержня, достаточно высока. Постройте график зависимости температуры от координаты и исследуйте изменение распределения температуры вдоль стержня с течением времени, если коэффициент температуропроводности во всех точках одинаков.
2. Решите предыдущую задачу для случая, когда стержень неоднороден, например, коэффициент температуропроводности его левой половины больше, чем правой.
3. Вблизи центра стержня имеется несколько источников тепла. Изучите изменение распределения температуры с течением времени, если стержень однороден.
4. Решите предыдущую задачу для случая, когда стержень неоднороден, то есть его коэффициент температуропроводности зависит от координаты.

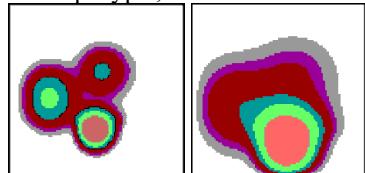
6.



если

5. Изучите распределение температуры вдоль стержня в случае, когда один конец охлаждается, а другой поддерживается при постоянной температуре. Задайте источник тепла, мощность которого периодически изменяется с течением времени с очень низкой частотой. Промоделируйте тепловые волны.
7. Температура группы элементов, находящихся в центре пластины, достаточно высока. Исследуйте изменение распределения температуры с течением времени, пластина однородная и изотропная.
8. Решите предыдущую задачу для случая, когда пластина неоднородна.

9. Промоделируйте нагревание неизотропной пластины источниками тепла, находящимися в центре.
10. Вблизи центра пластины имеется группа поглотителей тепла (источников тепла с отрицательной мощностью). Изучите изменение распределения температуры с течением времени.
11. Пластина с отверстием содержит источник тепла и поглотитель тепла. Изучите распределение температуры в различные моменты времени.
12. Температура группы элементов вблизи центра пластины поддерживается постоянной. Изучите распределение температуры, если пластина имеет источники тепла с положительной (отрицательной) мощностью.



13. Решите предыдущую задачу для случая, когда пластина анизотропна, то есть ее коэффициент температуропроводности зависит от направления.

#### **4.1.2. Тестирование**

- Тема 1. Некоторые известные модели математической физики
- Тема 2. Задачи химической кинетики
- Тема 3. Математическая теория борьбы за существование
- Тема 4. Моделирование процессов диффузии и переноса
- Тема 5. Нелинейные модели
- Тема 6. Динамика сорбции газов
- Тема 7. Моделирование сложных объектов

##### **4.1.2.1. Порядок проведения.**

Тестирование проходит в письменной форме или с использованием компьютерных средств. Обучающийся получает определённое количество тестовых заданий. На выполнение выделяется фиксированное время в зависимости от количества заданий. Оценка выставляется в зависимости от процента правильно выполненных заданий. Тестирование проводится по вариантам. В каждом варианте – 10 тестовых заданий. Ниже приведены примерные задания. Полный банк тестовых заданий хранится на кафедре.

##### **4.1.2.2 Критерии оценивания**

**Оценка «отлично» ставится, если обучающийся набрал 86% правильных ответов и более.**

**Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся набрал от 71% до 85 % правильных ответов.**

**Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал от 56% до 70% правильных ответов.**

**Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал 55% правильных ответов и менее.**

##### **4.1.2.3. Содержание оценочного средства**

Вопрос 1. На какие части разделяют описание системы для целей имитационного моделирования?

- 1) Детерминированную и стохастическую;
- 2) Предварительную и уточненную;
- 3) Статическую и динамическую;
- 4) Линейные, динамические, сетевые, массового обслуживания и т.д.;
- 5) Физическую и математическую.

Вопрос 2. Каков первый шаг при создании модели?

- 1) Определение структуры системы;
- 2) Определение ее целевого назначения;
- 3) Выбор типа модели (линейная, динамическая и т.д.);
- 4) Определение входных параметров системы;
- 5) Определение выходных параметров системы.

Вопрос 3. Что такая устойчивая система?

- 1) Отсутствуют реакции на внешнее воздействие;
- 2) Система сама устанавливает цели функционирования и стремится к ним;
- 3) Система стремится перейти в оптимальное состояние, которое в настоящее время отсутствует;
- 4) При изменении внешних условий изменение состояния системы мало;
- 5) Система, стремящаяся сохранить свое состояние при изменении внешних условий.

Вопрос 4. Что такая поисковая система?

- 1) Отсутствуют реакции на внешнее воздействие;
- 2) Система сама устанавливает цели функционирования и стремится к ним;
- 3) Система стремится перейти в оптимальное состояние, которое в настоящее время отсутствует;
- 4) При изменении внешних условий изменение состояния системы мало;
- 5) Система, стремящаяся сохранить свое состояние при изменении внешних условий.

Вопрос 5. Что такая целеустремленная система?

- 1) Отсутствуют реакции на внешнее воздействие;
- 2) Система сама устанавливает цели функционирования и стремится к ним;
- 3) Система стремится перейти в оптимальное состояние, которое в настоящее время отсутствует;
- 4) При изменении внешних условий изменение состояния системы мало;
- 5) Система, стремящаяся сохранить свое состояние при изменении внешних условий.

Вопрос 6. Что такое фактографические элементы решения?

- 1) Элементы, которые можно подвергнуть проверке с целью определения их истинности;
- 2) Элементы, которые нельзя подвергнуть проверке;
- 3) Элементы, которые будут включены в модель;
- 4) Элементы, исключаемые из модели;
- 5) Элементы, входящие в критерий.

Вопрос 7. Что такое оценочные элементы решения?

- 1) Элементы, которые можно подвергнуть проверке с целью определения их истинности;
- 2) Элементы, которые нельзя подвергнуть проверке;
- 3) Элементы, которые будут включены в модель;
- 4) Элементы, исключаемые из модели;
- 5) Элементы, входящие в критерий.

Вопрос 8. Нужно ли проверять данные, полученные из документов, или интервью с экспертами?

- 1) Ненужно для официальных документов;

- 2) Ненужно, если эксперт признанный специалист;
- 3) Нужно, если компетентность эксперта не подтверждена;
- 4) Нужно, если документы текущие (рабочие), а не официальные;
- 5) Нужно проверять и сопоставлять с другими источниками все данные без исключений.

Вопрос 9. Почему заказчик описывает проблему в неточных и нечетких формулировках?

- 1) Потому, что он не математик;
- 2) Это нам так кажется, так как мы не знакомы с проблемой;
- 3) Если бы он знал точно в чем суть проблемы и как ее решать, он сделал бы это сам;
- 4) У разных специалистов разный взгляд на одно и тоже решение;
- 5) Заказчик не знаком с ЭВМ.

Вопрос 10. Почему при моделировании большое значение придается планированию состава и объемов исследовательских работ и руководству проектом?

- 1) Потому, что заказчик хочет знать стоимость работы;
- 2) Чтобы правильно определить структуру модели;
- 3) Чтобы привлечь к работе специалистов заказчика;
- 4) Потому, что временные и материальные затраты на построение даже простых моделей очень высоки и нужно точно знать, что должно быть сделано, а что делать не нужно;
- 5) Потому, что математические методы моделирования сложны.

Вопрос 11. На чем основан системный подход?

- 1) На признании факта, что из оптимальности элементов следует оптимальность системы;
- 2) На признании факта, что из оптимальности элементов не следует оптимальность системы;
- 3) На факте, что независимо от того как система пришла в данное состояние, если в дальнейшем она будет менять состояния оптимальным способом то и весь процесс будет оптимальным;
- 4) На факте, что если система пришла в данное состояние оптимальным способом, то независимо от того как, в дальнейшем она будет менять состояния весь процесс будет оптимальным;
- 5) На разделении системы на несколько подсистем, поддающихся анализу.

Вопрос 12. В чем заключается системный подход?

- 1) В том, что исследователь пытается изучать систему в целом, а не концентрировать внимание на ее частях;
- 2) В способе разделения системы на элементы;
- 3) В том, что исследователь пытается изучать систему по частям;
- 4) Это правила выбора структуры модели;
- 5) Это правила выбора элементов модели.

Вопрос 13. Является ли системный подход научным методом?

- 1) Нет, это подход к исследованию, основанный на здравом смысле;
- 2) Да, это научный метод анализа систем;
- 3) Нет, это метод разделения систем на элементы;
- 4) Да, это научный метод построения структурных моделей;
- 5) Да, это методика определения важнейших факторов.

Вопрос 14. Как понимать взаимозависимость?

- 1) Зависимость системы от внешней среды;
- 2) Воздействие системы на внешнюю среду;
- 3) Зависимость системы от внешней среды и одновременно воздействие системы на внешнюю среду;
- 4) Никакие действия в сложной системе невозможно полностью изолировать;
- 5) Воздействие одного фактора системы на другой.

Вопрос 15. Что такое противоречивое поведение?

- 1) Когда недостаточно методов статистического анализа;
- 2) Когда выходные переменные оказывают влияние на входные;
- 3) Когда внесение того или иного корректирующего воздействия может оказаться неэффективным или привести к обратным результатам;
- 4) Когда нельзя без использования математических методов обнаружить связь между факторами;
- 5) Когда зависимость между факторами описывают обратной функцией.

Вопрос 16. Какая задача решается на этапе преобразования знаний о системе в математическую модель?

- 1) Определение назначения модели;
- 2) Определение компонентов, которые должны быть включены в состав модели;
- 3) Определение стоимости исследования;
- 4) Определение параметров и переменных, относящихся к компонентам модели;
- 5) Нет правильного ответа.

Вопрос 17. Какое главное противоречие необходимо преодолевать при конструировании модели?

- 1) Линейность и нелинейность;
- 2) Детерминированность и стохастичность;
- 3) Стоимость и сложность;
- 4) Простота и точность;
- 5) Полезность и общность.

Вопрос 18. Что такая прямая задача?

- 1) Найти отклик системы на заданные входные сигналы;

- 2) Найти входные сигналы, вызвавшие данный отклик;
- 3) Найти математическое описание системы, если заданы входные сигналы и отклик;
- 4) Найти входные сигналы, вызвавшие данный отклик или математическое описание системы, если заданы входные сигналы и отклик;
- 5) Найти структуру системы.

Вопрос 19. Что такое обратная задача?

- 1) Найти отклик системы на заданные входные сигналы;
- 2) Найти входные сигналы, вызвавшие данный отклик;
- 3) Найти математическое описание системы, если заданы входные сигналы и отклик;
- 4) Найти входные сигналы, вызвавшие данный отклик или математическое описание системы, если заданы входные сигналы и отклик;
- 5) Найти структуру системы.

Вопрос 20. Что такое «черный ящик»?

- 1) Нелинейный элемент системы;
- 2) Элемент системы с линейной функцией;
- 3) Элемент системы, функция которого не влияет на поведение модели;
- 4) Элемент системы, исключаемый из рассмотрения;
- 5) Элемент системы, природа которого неизвестна или мало известна.

Задание 21.

Продолжить изучение главы 4.

Выбрать правильный вариант ответа и отметить в карточке ответов.

Вопрос 1. В каких пределах изменяется кумулятивная вероятность?

- 1)  $(-\Gamma; 0)$ ;
- 2)  $(-1; 1)$ ;
- 3)  $(0; 1)$ ;
- 4)  $(0; \Gamma)$ ;
- 5)  $(-\Gamma; \Gamma)$ .

Вопрос 22. Проделайте сто опытов с моделью «пьяного прохожего». Оцените результат. Выберите среди перечисленных, правильный ответ на вопрос: «Какова вероятность того, что пройдя 10 кварталов, он окажется не далее 2 кварталов от исходной точки?»

- 1) 0,6;
- 2) 0,4;
- 3) 0,7;
- 4) 0,5;
- 5) 0,33.

Вопрос 23. Что является основой для идентификации закона распределения?

- 1) Гистограмма, построенная по теоретическим данным;
- 2) Формула функции распределения;
- 3) Таблица наблюдений;
- 4) График функции распределения;
- 5) Гистограмма, построенная по экспериментальным данным.

Вопрос 24. Является ли несовпадение среднего и дисперсии экспериментальных данных и теоретического распределения достаточным основанием, чтобы отвергнуть гипотезу об идентичности распределений?

- 1) Да, так как расхождение во входных параметрах приведет к еще большей ошибке моделирования;
- 2) Нет, требуются дополнительные оценки;
- 3) Да;
- 4) Нет;
- 5) Да, так как параметры распределений должны совпадать.

Вопрос 25. Является ли совпадение среднего и дисперсии экспериментальных данных и теоретического распределения достаточным основанием, чтобы принять гипотезу об идентичности распределений?

- 1) Да, так как математическое ожидание и дисперсия – главные параметры распределения вероятностей;
- 2) Нет, требуются дополнительные оценки;
- 3) Да;
- 4) Нет;
- 5) Да, так как параметры распределений должны совпадать.

Вопрос 26. Что показывает статистика  $c^2$ ?

- 1) Принадлежность экспериментальных данных к нормальному распределению;
- 2) Расхождение между наблюдаемыми и ожидаемыми значениями частот появления случайной величины;
- 3) Принадлежность экспериментальных данных к распределению Пуассона;
- 4) Принадлежность экспериментальных данных к распределению  $c^2$ ;
- 5) Расхождение между наблюдаемыми и ожидаемыми значениями случайных величин.

Вопрос 27. Какое значение должна принять статистика  $c^2$ , чтобы отбросить гипотезу об отсутствии существенных различий между наблюдаемыми данными и полученными на основе теоретического распределения?

- 1)  $c^2 > 0$ ;
- 2)  $c^2 > 1$ ;

- 3)  $c2 < 0$ ;
- 4)  $c2$  больше критического;
- 5)  $c2 < 1$ .

Вопрос 28. На чем основан критерий Колмогорова – Смирнова?

- 1) На наибольшей абсолютной разнице между экспериментальным и теоретическим интегральными распределениями;
- 2) На статистике  $c2$ ;
- 3) На наибольшей абсолютной разнице между экспериментальным и теоретическими случайными величинами;
- 4) На наименьшей абсолютной разнице между экспериментальным и теоретическим интегральными распределениями;
- 5) На наибольшей абсолютной разнице между частотами экспериментального и теоретического распределений.

Ответы:

- 1) 1;
- 2) 4;
- 3) 4;
- 4) 4;
- 5) 1;
- 6) 2;
- 7) 3;
- 8) 6;
- 9) 4;
- 10) 5;
- 11) 4;
- 12) 3;
- 13) 2;
- 14) 2;
- 15) 3;
- 16) 3;
- 17) 3;
- 18) 5;
- 19) 3;
- 20) 1; 4;
- 21) 2;
- 22) 4;
- 23) 2;
- 24) 1;
- 25) 1;
- 26) 2;
- 27) 3;
- 28) 4.

#### **4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации**

По дисциплине предусмотрен зачет. Зачет проходит по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одно практическое задание. Зачет проводится в устной / письменной и компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

##### **4.2.1. Устный ответ**

###### **4.2.1.1. Порядок проведения.**

Промежуточная аттестация нацелена на комплексную проверку освоения дисциплины. Обучающийся получает вопрос(ы)/задание(я) и время на подготовку. Промежуточная аттестация проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

###### **4.2.1.2. Критерии оценивания.**

###### **Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **4.2.1.3. Оценочные средства.**

###### **Вопросы для устного или письменного ответа на зачет**

1. Модели. Моделирование как метод познания. Формализация. Классификация абстрактных моделей.

Компьютерное моделирование.

2. Цели и основные этапы компьютерного математического моделирования. Примеры моделей для различных целей моделирования.

3. Этап формализации. Параметры модели. Классификация моделей по свойствам их параметров. Ранжирование параметров. Устойчивость решений. Анализ результатов моделирования.

4. Различные подходы к классификации математических моделей.

5. Основные виды средств компьютерного моделирования. Визуализация в компьютерном моделировании.

Алгоритмы построения графиков функций, траекторий движения объектов.

6. Представление скалярных полей с помощью изолиний. Методы условных цветов, условного контрастирования.

Примеры использования визуализации в моделировании.

7. Аналитическое моделирование в физике. Примеры. Классификация моделей по общематематическим свойствам: линейные и нелинейные модели. Примеры. Линеаризация. Интегрирование дифференциальных уравнений.

8. Численное моделирование. Развитие физических теорий. Численный эксперимент. Его взаимосвязи с теорией и лабораторным экспериментом. Модель движения тела, брошенного под углом к горизонту.

9. Достоверность численной модели. Ограничения чисел с плавающей точкой как модели действительных чисел. Обусловленность задач. Устойчивость вычислительных алгоритмов. Анализ и интерпретация численных моделей.

10. Детерминированные физические модели. Свободное падение тела с учетом сопротивления среды. Модель взлета ракеты.

###### **Вопросы для устного или письменного ответа на зачет**

1. Модели сплошных сред. Моделирование процесса теплопроводности. Понятие о методе конечных разностей.

2. Математические модели в экологии. Основные понятия экологии. Особенности и направления использования математических моделей в биологии. Модель внутривидовой конкуренции в популяции с дискретным размножением.

3. Модели внутривидовой и межвидовой конкуренции в популяции с непрерывным размножением. Анализ модели межвидовой конкуренции.

4. Имитационное моделирование. Модель идеального газа. Эволюционная модель "Жизнь". Оптимизационные модели в экономике.

5. Моделирование стохастических систем, основные понятия. Метод статистических испытаний (метод

Монте-Карло). Его приложения. Моделирование случайной величины с равномерным распределением. Физические генераторы случайных чисел. Псевдослучайные числа. Метод середины квадратов. Недостатки псевдослучайных последовательностей.

6. Общие методы моделирования дискретных и непрерывных случайных величин. Примеры стохастических моделей.

7. Моделирование систем массового обслуживания (СМО). Предмет теории массового обслуживания. Виды СМО. Пример задачи теории массового обслуживания. Функции Пуассона. Основные вопросы, возникающие при имитационном моделировании СМО.

8. Моделирование динамических систем (ДС). Фазовая характеристика ДС. Гармонический и нелинейный осцилляторы, их фазовые портреты. Диссипативные системы. Качественное исследование поведения ДС. Бифуркации.

9. Хаос в динамических системах. Сценарии перехода детерминированного поведения ДС к хаотическому. Механизм Фейгенбаума. Его бифуркационная диаграмма. Неустойчивость хаотических этапов эволюции ДС.

10. Самоорганизация в динамических системах. Диссипативные структуры. Синергетика. Связи между хаосом и самоорганизацией. Системный анализ. Понятие системы. Большие и сложные системы. Два подхода в теории систем. Основные принципы системного анализа. Классификации систем. Роль моделирования в системном анализе и современной математике.

#### **4.2.2. Практическое задание**

##### **4.2.2.1. Порядок проведения.**

Практические навыки проверяются путём выполнения обучающимися практических заданий в условиях, полностью или частично приближенных к условиям профессиональной деятельности. Проверяется знание теоретического материала, необходимое для правильного совершения необходимых действий, умение выстроить последовательность действий, практическое владение приёмами и методами решения профессиональных задач.

##### **4.2.2.2. Критерии оценивания**

**Оценка «отлично» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**Оценка «хорошо» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими ошибками.

**Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических ошибок.

##### **4.2.3.3. Содержание оценочного средства**

1. Рассмотрим популяцию, размножающуюся пропорционально количеству особей, продукты ее жизнедеятельности превращаются в среде обитания в яд, истребляющий популяцию. Найти зависимость количества особей от времени.
2. Цилиндрический бак поставлен вертикально и имеет отверстие в дне. Половина воды из полного бака вытекает за 5 минут. За какое время вытечет вся вода?
3. Определить температуру бесконечного круглого цилиндра радиуса  $R$ , если его начальная температура  $T_0$ , а на поверхности поддерживается нулевая температура.
4. Определить критический размер куба из активного вещества, если его коэффициент размножения больше нуля, а концентрация вещества на всех гранях поддерживается равной нулю.
5. Сформулировать задачу о плавлении твердой фазы, занимающей полупространство  $x>0$ , при наличии теплового потока, поступающего через поверхность  $x=0$
6. Преобразовать уравнение Кортевега-де Фриза
7. Показать, что модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза имеет солитонное решение.
8. Найти автомодельную подстановку для одномерного уравнения теплопроводности на полуоси и решить задачу
9. Найти солитонное решение нелинейного уравнения колебаний струны
10. Найти решение уравнения Д'Аламбера

*Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.02.04 Математическое и имитационное  
моделирование транспортных процессов*

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Ефимова, И. Ю. Компьютерное моделирование : учебное пособие / И. Ю. Ефимова, И. Н. Мовчан, Л. А. Савельева. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2023. - 70 с. - ISBN 978-5-9765-3788-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2091310>.
2. Компьютерное моделирование : учебник / В.М. Градов, Г.В. Овчинин, П.В. Овчинин, И.В. Рудаков. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2023. — 264 с. - ISBN 978-5-906818-79-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1896364>.
3. Сосновиков, Г. К. Компьютерное моделирование. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World : учебное пособие / Г.К. Сосновиков, Л.А. Воробейчиков. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. — 112 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-00091-035-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1816814>.

**Дополнительная литература:**

1. Лукинских, С. В. Компьютерное моделирование и инженерный анализ в конструкторско-технологическом обеспечении машиностроительных производств : учебное пособие / С. В. Лукинских. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2022. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-5008-7 (ФЛИНТА) ; ISBN 978-5-7996-3152-9 (Изд-во Урал. ун-та). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1891499>.
2. Пархоменко, Т. А. Компьютерное моделирование средствами языка программирования PYTHON : учебно-методическое пособие для учителей информатики / Т. А. Пархоменко. - Москва : ФЛИНТА, 2024. - 162 с. - ISBN 978-5-9765-5491-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2145561>.

*Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.02.04 Математическое и имитационное  
моделирование транспортных процессов*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

1. Операционная система Microsoft office professional plus 2010, или Microsoft Windows 7 Профессиональная, или Windows XP (Volume License)
2. Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365, или Microsoft office professional plus 2010
3. Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC
4. Браузер Mozilla Firefox
5. Браузер Google Chrome
6. Kaspersky Endpoint Security для Windows
7. Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах. АО «Антиплагиат»
8. Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»
9. Электронная библиотечная система Издательства «Лань»
10. Электронная библиотечная система «Консультант студента»