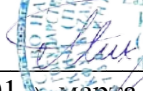


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по
образовательной деятельности
Елабужского института ИИ КФУ
 И. П. Михайлова
« 01 » марта 2024 г.
МП

Программа дисциплины (модуля)

ОП.10 Численные методы

Направление подготовки/специальность: 09.02.07 «Информационные системы и программирование»

Квалификация выпускника: Программист

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

г.Елабуга, 2024

1. Цели освоения дисциплины

формирование знаний по:

- методам хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;

- методам решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;

формирование умений по:

- использованию основных численных методов решения математических задач;
- выбору оптимального численного метода для решения поставленной задачи;
- определению математических характеристик точности исходной информации и оценки точности полученного численного решения;

- разработке алгоритмов и программ для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

2. Место дисциплины в структуре ППССЗ

Учебная дисциплина ОП.10 «Численные методы» является общепрофессиональной дисциплиной профессионального цикла в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

Осваивается на третьем курсе (5 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются компетенции:

Индекс компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;

- методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- использовать основные численные методы решения математических задач;
- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- давать математические характеристики точности исходной информации и оценку точности полученного численного решения;

- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Общая трудоемкость дисциплины в часах

Общая трудоемкость дисциплины составляет 63 час.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине: дифференцированный зачёт в 5 семестре.

Разделы и темы дисциплины		Семестр	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Текущие формы контроля
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы		
Тема 1	Элементы теории погрешностей	5	2	2	0	0,10	Лабораторная работа
Тема 2	Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений	5	6	8	0	0,30	Лабораторная работа
Тема 3	Решение систем линейных алгебраических уравнений	5	4	6	0	0,30	Лабораторная работа
Тема 4	Интерполирование и экстраполирование функций	5	6	8	0	0,60	Лабораторная работа
Тема 5	Численное интегрирование	5	2	6	0	0,30	Лабораторная работа
Тема 6	Обработка экспериментальных данных	5	4	6	0	0,40	Лабораторная работа
Всего: 62			24	36	0	2	
Консультация			1				
Дифференцированный зачет			0				
Всего по дисциплине			63				

* письменная контрольная точка

4.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов (лек/ пр.з./самост)	Уровень освоения*
1	2	3	4
Тема 1. Элементы теории погрешностей	Содержание учебного материала	4,10 (2/2/0,10)	
	Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи	2	1
	Практические занятия: 1 Элементарная теория погрешностей	2	2
	Самостоятельная работа обучающегося 1 Подготовка лабораторной работы по теме «Элементарная теория погрешностей» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедаль, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедаль. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,10	3
Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений	Содержание учебного материала	1430 (6/8/0,30)	
	1 Постановка задачи локализации корней.	2	1
	2 Численные методы решения уравнений	4	1
	Практические занятия 1 Основы программирования в SciLab. Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной	8	2
	Самостоятельная работа обучающегося 1 Подготовка лабораторной работы по теме «Основы программирования в SciLab» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:	0,15	3

	https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.		
	2 Подготовка лабораторной работы по теме «Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,15	3
Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений	Содержание учебного материала	10,30 (4/6/0,30)	
	1 Метод Гаусса.	1	1
	2 Метод итераций	2	1
	3 Метод Зейделя	1	1
	Практические занятия 1 Решение систем уравнений	6	2
	Самостоятельная работа обучающегося 1 Подготовка лабораторной работы по теме «Решение систем уравнений» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL:	0,30	3

	https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.		
Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций	Содержание учебного материала	14,60 (6/8/0,60)	
	1 Интерполяционный многочлен Лагранжа.	2	1
	2 Интерполяционные формулы Ньютона	2	1
	3 Интерполирование сплайнами	2	1
	Практические занятия 1 Методы интерполяции	8	2
	Самостоятельная работа обучающегося 1 Подготовка лабораторной работы по теме «Методы интерполяции» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедаль, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедаль. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,60	3
Тема 5. Численное интегрирование	Содержание учебного материала	8,30 (2/6/0,30)	
	1 Формулы Ньютона - Котеса: метод прямоугольников.	1	1
	2 Формулы Ньютона - Котеса: метод трапеций	1	1
	Практические занятия 1 Численное интегрирование	6	2
	Самостоятельная работа обучающегося Подготовка лабораторной работы по теме «Численное интегрирование» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедаль, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедаль. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). -	0,30	3

	ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.		
Тема 6. Обработка экспериментальных данных	Содержание учебного материала	10,40 (4/6/0,40)	
	1 Линейная и квадратичная регрессии.	2	1
	2 Метод средних	1	1
	3 Метод наименьших квадратов	1	1
	Практические занятия 1 Аппроксимация	6	2
	Самостоятельная работа обучающегося Подготовка лабораторной работы по теме «Аппроксимация» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедаль, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедаль. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,40	3
Всего		62 (24/36/2)	
Консультация		1	
Всего по дисциплине		63	

*Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

4.3. Структура и содержание самостоятельной работы студентов

Темы дисциплины		Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1	2	3	4	5
Тема 1	Элементы теории погрешностей	Подготовка лабораторной работы по теме «Элементарная теория погрешностей» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке.	0,10	Лабораторная работа
Тема 2	Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений	Подготовка лабораторной работы по теме «Основы программирования в SciLab» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке.	0,15	Лабораторная работа

		Подготовка лабораторной работы по теме «Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL:https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке.	0,15	
Тема 3	Решение систем линейных алгебраических уравнений	Подготовка лабораторной работы по теме «Решение систем уравнений» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке.	0,30	Лабораторная работа
Тема 4	Интерполирование и экстраполирование функций	Подготовка лабораторной работы по теме «Методы интерполяции» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL:https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). — Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и	0,60	Лабораторная работа

		программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.		
Тема 5	Численное интегрирование	Подготовка лабораторной работы по теме «Численное интегрирование» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,30	Лабораторная работа
Тема 6	Обработка экспериментальных данных	Подготовка лабораторной работы по теме «Аппроксимация» Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование: учебное пособие / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1794612 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке. Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование: учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 29.08.2023). – Режим доступа: по подписке.	0,40	Лабораторная работа
Всего по дисциплине			2	

5. Образовательные технологии

Освоение дисциплины «Численные методы» предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических

материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием профессиональных программных средств создания и ведения электронных баз данных; мультимедийных программ, включающих подготовку и выступления студентов на семинарских занятиях с фото-, аудио- и видеоматериалами по предложенной тематике. Выполнение заданий требует использования не только учебников и пособий, но и информации, содержащейся в Интернете.

На лекциях и лабораторных занятиях используются:

- информационная и презентационная лекция;
- беседы и дискуссии.

Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах

Номер темы	Наименование темы	Форма проведения занятия	Объем в часах
Тема 2	Решение уравнений с одной неизвестной	Информационно-проблемная лекция	6
Тема 3	Решение систем линейных уравнений	Информационно-проблемная лекция	4
Тема 4	Интерполирование	Информационно-проблемная лекция	6
Тема 6	Обработка экспериментальных данных	Информационно-проблемная лекция	4
Всего по дисциплине			20

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7 Таблица соответствия компетенций, критериев оценки их освоения и оценочных средств

Шифр компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства	Критерии оценивания результатов обучения (баллы)			
			2	3	4	5
ОК 01	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцир	Не знает, допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний

	линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	ованному зачету 1-10				
	Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10	Не умеет, демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК 02	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК 09	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний

Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
---	--	---	--	---	--------------------------------------

8. Методические указания для обучающихся при освоении дисциплины

Работа на практических занятиях предполагает активное участие в дискуссиях и решении задач. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них.

При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например на сайте <http://dic.academic.ru>.

При подготовке обучающихся по темам используются конспекты лекций и источники основной и дополнительной литературы. Подготовка докладов осуществляется с использованием нормативно-правовых документов и учебников.

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы. Работа на практических занятиях предполагает активное участие в дискуссиях и решении задач. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых, схем, способов, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Промежуточная аттестация по этой дисциплине проводится в форме дифференцированного зачёта. При подготовке к дифференцированному зачёту необходимо опираться, прежде всего, на источники, которые разбирались на лекционных занятиях и на материалы практических занятий. В каждом билете содержится два вопроса.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2023. — 336 с. — (Среднее

профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL:https://znanium.com/catalog/product/1896459 (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
Канцедал, С. А. Алгоритмизация и программирование : учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 352 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0727-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1189320 (дата обращения: 30.10.2023). – Режим доступа: по подписке.
Колдаев, В. Д. Основы алгоритмизации и программирования : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. — 414 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0733-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1735805 (дата обращения: 30.10.2023). – Режим доступа: по подписке.
Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126099 (дата обращения: 14.10.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
Дополнительная литература:
Голицына, О. Л. Основы алгоритмизации и программирования : учебное пособие / О.Л. Голицына, И.И. Попов. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 431 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-00091-570-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1150328 (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
Немцова, Т. И. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке C++ : учебное пособие / Т.И. Немцова, С.Ю. Голова, А.И. Терентьев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2024. — 512 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0699-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2083383 (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А. В. Гулин, О. С. Мажорова, В. А. Морозова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1852192 (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.
Немцова, Т. И. Программирование на языке высокого уровня. Программирование на языке Object Pascal : учебное пособие / Т. И. Немцова, С. Ю. Голова, И. В. Абрамова ; под ред. Л. Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2023. — 496 с. — (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0753-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1916203 (дата обращения: 01.11.2023). – Режим доступа: по подписке.

"Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям.

11. Методы обучения для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

Условия обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья:

- учебные аудитории, в которых проводятся занятия со студентами с нарушениями слуха, оборудованы мультимедийной системой (ПК и проектор), компьютерные тифлотехнологии базируются на комплексе аппаратных и программных средств, обеспечивающих преобразование компьютерной информации доступные для слабовидящих формы (укрупненный текст);
- в образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения: кейс-метод, метод проектов, исследовательский метод, дискуссии в форме круглого стола, конференции, метод мозгового штурма.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Елабужский институт (филиал) федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по
образовательной деятельности
Елабужского института ЕИ КФУ
 И.П. Михайлова
« 01 » марта 20 24 г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ОП.10 Численные методы
(наименование дисциплины)

09.02.07 Информационные системы и программирование
(код и наименование специальности)

Программист
(квалификация выпускника)

г.Елабуга, 2024

**Паспорт
фонда оценочных средств по дисциплине
ОП.10 Численные методы**

Индекс компетенции	Расшифровка компетенции	Показатель формирования компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства
1	2	3	4
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10
ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимо для выполнения задач профессиональной деятельности	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10
ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Лабораторные работы 1-6 Вопросы к дифференцированному зачету 1-33 Практические задания к дифференцированному зачету 1-10

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Елабужский институт (филиал) федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Тема 1. Введение в численные методы

**Комплект заданий для лабораторной работы 1
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

вариант	1 задание	2 задание	3 задание
	Определить, какое равенство точнее.	Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле; б) в широком смысле. Определить абсолютную погрешность результата.	Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.
№ 1.	$\sqrt{44} = 6,63$ или $19/41=0,463$. Ответ:	а) 22,553($\pm 0,016$); б) 2,8546; $\delta = 0,3\%$.	а) 0,2387; б) 42,884.
№ 2.	$7/15 = 0,467$ или $\sqrt{30} = 5,48$.	а) 17.2834; $\delta = 0,3\%$. б) 6,4257 ($\pm 0,0024$).	а) 3.751; б) 0,537.
№ 3.	$\sqrt{10,5} = 3,24$ или $4/17 = 0,235$.	а) 34,834; $\delta = 0,1\%$; б) 0,5748 ($\pm 0,0034$).	а) 11,445; б) 2,043.
№ 4.	$15/7 = 2,14$ или $\sqrt{10} = 3,16$.	а) 2.3485 ($\pm 0,0042$); б) 0.34484; $\delta = 0,4\%$.	а) 2.3445; б) 0,745.
№ 5.	$6/7 = 0,857$ или $\sqrt{4,8} = 2,19$.	а) 5,435 ($\pm 0,0028$); б) 10.8441; $\delta = 0,5\%$.	а) 8,345; б) 0,288.
№ 6.	$12/11 = 1,091$ или $\sqrt{6,8} = 2,61$.	а) 8,24163; $\delta = 0,2\%$; б) 0,12356 ($\pm 0,00036$).	а) 12,45; б) 3,4453.
№ 7.	$2/21=0,095$ или $\sqrt{22} = 4,69$.	а) 2,4543 ($\pm 0,0032$); б) 24,5643; $\delta = 0,1\%$.	а) 0,374; б) 4,348.
№ 8.	$23/15=1,53$ или $\sqrt{9,8} = 3,13$.	а) 23,574; $\delta = 0,2\%$; б) 8,3445 ($\pm 0,0022$).	а) 20,43; б) 0,576.
№ 9.	$6/11=0,545$ или $\sqrt{83} = 9,11$.	а) 21,68563; $\delta = 0,3\%$; б) 3,7834 ($\pm 0,0041$).	а) 41,72; б) 0,678.
№ 10.	$17/19 = 0,895$ или $\sqrt{52} = 7,21$.	а) 13,537 ($\pm 0,0026$); б) 7,521; $\delta = 0,12\%$.	а) 5,634; б) 0,0748.
№ 11.	$21/29 = 0,723$ или $\sqrt{44} =$	а) 0,3567; $\delta = 0,042\%$; б) 13,6253	а) 18,357; б) 2,16.

	6,63.	($\pm 0,0021$).	
№ 12.	$50/19 = 2,63$ или $\sqrt{27} = 5,19$.	a) 1.784 ($\pm 0,0063$); б) 0,85637; $\delta = 0,21\%$.	a) 0,5746; б) 236,58.
№ 13.	$13/17 = 0,764$ или $\sqrt{31} = 5,56$.	a) 3,6878 ($\pm 0,0013$); б) 15,873; $\delta = 0,42\%$.	a) 14,862; б) 8,73.
№ 14.	$7/22 = 0,318$ или $\sqrt{13} = 3,60$.	a) 27,1548 ($\pm 0,0016$); б) 0,3945; $\delta = 0,16\%$.	0,3648; б) 21,7.
№ 15.	$17/11 = 1,545$; $\sqrt{18} = 4,24$	a) 0.8647 ($\pm 0,0013$); б) 24,3618; $\delta = 0,22\%$.	a) 2,4516; б) 0,863.
№ 16.	$5/3=1,667$ или $\sqrt{38} = 6,16$.	a) 3,7542; $\delta = 0,32\%$; б) 0,98351 ($\pm 0,00042$).	a) 62,74; б) 0,389.
№ 17.	$49/13 = 3,77$ или $\sqrt{14} = 3,74$.	a) 83,736; $\delta = 0,085\%$; б) 5,6483 ($\pm 0,0017$).	a) 5,6432; б) 0,00858.
№ 18.	$13/7=1,857$ или $\sqrt{7} = 2,64$.	a) 2,8867; $\delta = 0,43\%$; б) 32,7486 ($\pm 0,0012$).	a) 0,0384; б) 63,745.
№19.	$19/12=1,58$ или $\sqrt{12} = 3,46$.	a) 4,88445 ($\pm 0,00052$); б) 0.096835; $\delta = 0,32\%$.	a) 12,688; б) 4.636.
№ 20.	$51 /11 = 4,64$ или $\sqrt{35} = 5,91$.	a) 38,4258 ($\pm 0,0014$); б) 0,66385; $\delta = 0,34\%$	a) 6,743; б) 0,543.

Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.
Комплект заданий для лабораторной работы 2.1
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)

Задание 1 (ОК 01-02, ОК 09)

Задание 1.1

- Ввести в коде программы текст в виде комментария как заглавие программы.
- Ввести исходные данные.
- Задать изменение аргумента.
- Вычислить значения функций 1 и 2 для аргумента в заданном интервале.
- Вывести графики функций одновременно на одном графике в декартовых координатах. Для разных графиков использовать разный тип линий.

Задание 1.2 (ОК 01-02, ОК 09)

- Повторить задание 1.1, но графики функций вывести в двух подокнах на одном графике. Графики в столбиковом формате.

Решение:

Варианты

заданий

№	Функция 1	Функция 2	a	b	h
1.	$y = \sin(x)$	$z = \exp(x+3)/5000 - 1$	-2pi	2pi	pi/20
2.	$y = \cos(x)$	$z = 0.00025e^{3-x} - 0.6$	-2pi	2pi	pi/20
3.	$y = \lg(x) + 0.1$	$z = (1+x)^6$	-2pi	2pi	pi/20
4.	$y = (x^2-1)/15$	$z = 1+\sin(x)$	-2pi	2pi	pi/20
5.	$y = (x^3-2)/15$	$z = 5\cos(x)$	-2pi	2pi	pi/20
6.	$y = x^2 - 10$	$z = 0.025\exp(-1.2x)$	-5	5	1
7.	$y = 3\sin(x)$	$z = 0.015x^3$	-5	5	1
8.	$y = 4\sin(x)$	$z = 0.05x^2$	1	10	1

Комплект заданий для лабораторной работы 2.2
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)

Пример выполнения работы.

1	1. Задайте полином: $p_1(z) = z^5 + 7z^4 + 19z^3 + 25z^2 + 16z + 4$. Вычислите его корни.
2	Для полинома $p_1(z)$ определить максимальную степень, вычислить производную и преобразовать полином в строку.
3	Найти корни полинома $6 - 5x + x^2$.
4	7. Задать два полинома p_1 и p_2 с корнями соответственно $[1 -3 0 7 8 -9]$, $[-10 -1.3 -7.5 0 0.9]$ Найти их сумму, разность, частное и произведение.
5	5. Создать полином $6 + 15x + 2x^2 + x^4$, вычислить его значения в диапазоне $[-5 \leq x \leq 5]$. Построить график зависимости $p(x)$.
6	8. Создать полином вида: $-120 + 274x - 225x^2 + 85x^3 - 15x^4 + x^5$. Вычислить значения этого полинома в 5 точках (0, -4, 5, 7.5, 10).
7	Задать полином вида $p = 10 - 15x + 3x^5 + 2x^7$. Найти его корни.
8	14. Создать полином : $-1.2 + 2.7x + 22.5x^2 - 8.5x^4 - 7x^5$. Вычислить значения этого полинома в 3 точках (0, -4, 7.5).
9	15. Задать два полинома p_1 и p_2 с корнями соответственно $[1 -3 0 7]$, $[-10 -1 -7 0.9]$ Найти их сумму, разность, частное и произведение. Вычислить значения этого произведения полиномов в 3 точках (0, -4, 7.5).
10	Задан полином $p = \frac{x}{x^2 - 3x - 4}$. Вычислить его значение при $x=1$. Найти производную.

Тема 3. Решение систем линейных уравнений.
Комплект заданий для лабораторной работы 3
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 1.5, ПК 11.1)

1. Решить систему линейных уравнений, используя функцию linsolve():

- 1)
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -1 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$
- 2)
$$\begin{cases} -4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$
- 3)
$$\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ -4x_1 - 2x_2 + 9x_3 = -3 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$
- 4)
$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -4 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$

2. Решить систему линейных уравнений, используя обратную матрицу:

- 1)
$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -3 \\ -2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$
- 2)
$$\begin{cases} -8x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 1 \\ -3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -1 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$
- 3)
$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases} \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$

Тема 4. Интерполирование.
Комплект заданий для лабораторной работы 4
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)

1. Задана функция f согласно таблице. Линейно интерполировать функцию f и построить её график на интервале s с шагом 0,01, найти её значение в точке x^* : (ОК 01-02, ОК 09)

а)

$$s = [-6; 0], x^* = -2$$

б)

$$s = [-5; 1], x^* = -2$$

в)

$$s = [-2; 3], x^* = 0.5$$

2. Постройте сплайн, который проходит через точки $(-\pi, 0)$, $(-\pi/2, -1)$, $(0, 0)$, $(\pi/2, 1)$ и $(\pi, 0)$, на интервале $(-\pi, \pi)$ с шагом $\pi/20$. Учитывая, что начальные данные задаются функцией

$y = \sin x$, определите сумму квадратов отклонений для точек $-\pi/4$; $-\pi/6$; $-\pi/3$; $\pi/6$; $\pi/4$. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек. (ОК 01-02, ОК 09)

3. В таблице приведены данные о температуре в пригороде Лос-Анджелеса за 12 часов (в °F).

Время	Температура	Время	Температура
1	58	7	57
2	58	8	58
3	58	9	60
4	58	10	64
5	57	11	67
6	57	12	68

Переведите данные в градусы Цельсия. Определите коэффициенты сплайна, который описывает эти данные. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике. (ОК 01-02, ОК 09)

4. Испанский производитель цитрусовых характеризуется следующим объемом продаж:

год	1965	1970	1980	1985	1990	1991
объем продаж (\$)	17769	24001	25961	34336	29036	33417

Используя сплайн, оцените объем продаж в 1962, 1977 и 1992 годах. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике. (ОК 01-02, ОК 09)

5. В таблице приведены цены на журнал в евро.

ноябрь 1987	декабрь 1988	ноябрь 1990	январь 1993	январь 1995	январь 1996	ноябрь 1996	ноябрь 2000
4,5	5,0	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,0

Оцените стоимость издания в ноябре 2002 года, с помощью сплайна. Как изменится оценка для ноября 2002 года, если станет известно, что в ноябре 1991 года стоимость издания

составила 6,3 евро? Постройте графики сплайна и исходных данных.
(ОК 01-02, ОК 09)

Тема 5. Вычисление определенных интегралов.
Комплект заданий для лабораторной работы 5
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)

Вычислить каждый из указанных интегралов тремя способами (с помощью функций

1 `inttrap()`, `intg()`, `integrate()`. Сравните результаты.

$$1. \int_0^1 \frac{1}{x^2-1} dx \quad 2. \int_1^3 (x^2 + 3x - 8) dx \quad 3. \int_0^\pi x \sin x dx$$

(ОК 01-02, ОК 09)

2 Вычислить интеграл $\int_0^1 \left(\operatorname{tg}(x^{2+x}) \frac{x}{x+1} + x \right) dx$, используя функцию `intg()`.
(ОК 01-02, ОК 09)

Тема 6. Обработка экспериментальных данных.
Комплект заданий для лабораторной работы 6
ОП.10 «Численные методы»
(ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 1.5, ПК 11.1)

1 Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом первой степени

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
-4	-3	-1	-2	0	-1

(ОК 01-02, ОК 09)

2 Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом второй степени

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
-3	-1	0	1	-1	2

(ОК 01-02, ОК 09)

3

15. Задан набор экспериментальных данных y , зависящих от x . Известно, что экспериментальные значения y_i содержат ошибки. Считая, что реальная зависимость (x_i, y_i) имеет вид $y = C_1 x \cos(C_2 x) + C_3$, найти параметры C_1, C_2, C_3 .

$x = 0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad 3.5 \quad 4 \quad 4.5 \quad 5 \quad 5.5 \quad 6$ (ОК 01-02, ОК 09)

4

С Для табличной функции

x_i	0.5	1	1.5	2	2.5
y_i	10.5	1.6	0.55	0.26	0.15

подобрать подходящий вид аппроксимирующей её нелинейной зависимости из ряда:

а) $y = ax^b$ б) $y = ae^{bx}$ в) $y = a + b/x$ г) $y = 1/(a + bx)$

(ОК 01-02, ОК 09)

5

20. Найти параметры следующей функции $y = x/(Ax + B)$, если заданы её значения в 10 точках:

$x \quad 3 \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \quad 3.4 \quad 3.5 \quad 3.6 \quad 3.7 \quad 3.8 \quad 3.9$
 $y \quad 0.61 \quad 0.6 \quad 0.592 \quad 0.58 \quad 0.585 \quad 0.583 \quad 0.582 \quad 0.57 \quad 0.572 \quad 0.571$

(ОК 01-02, ОК 09)

Критерии оценки:

Компетенции	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения (баллы)			
		«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
		[критерии выставления оценки «неудовлетворительно»]	[критерии выставления оценки «удовлетворительно»]	[критерии выставления оценки «хорошо»]	[критерии выставления оценки «отлично»]
ОК 01	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с	Не знает, допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний

	помощью ЭВМ				
	Уметь выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи	Не умеет, демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК 02	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК 09	Знать методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать основные численные методы решения математических задач	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений

**ТЕСТЫ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

по ОП.10. «Численные методы»

ТЕСТ 1

1. В методе бисекции нахождения корней нелинейных уравнений за начальное приближение корня принимают

- а. левую границу интервала изоляции корня
- б. правую границу интервала изоляции корня
- в. середину интервала изоляции корня
- г. $1/4$ интервала изоляции корня (ОК 01-02, ОК 09)

2. Искомый корень уравнения $f(x) = 0$ содержит тот из отрезков, на концах которого

- а. функция принимает положительные значения
- б. функция принимает отрицательные значения
- в. функция принимает значения разных знаков
- г. функция стремится к бесконечности (ОК 01-02, ОК 09)

3. Формула $x = a - \frac{F(a)}{F(b) - F(a)} \cdot (b - a)$ используется при вычислении корней нелинейных уравнений в методе

- а. хорд
- б. бисекции
- в. простой итерации
- г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

4. В каком из методов вычисления корней нелинейных уравнений уравнение $f(x) = 0$ заменяется эквивалентным уравнением $x = \varphi(x)$

- а. парабол
- б. дихотомии
- в. простой итерации
- г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

5. По методу Ньютона условием существования решения нелинейного уравнения на отрезке $[a, b]$ является

- а. $f(a) > 0, f(b) > 0$

- б. $f(a) > 0, f(b) < 0$
- в. $f(a) < 0, f(b) < 0$
- г. $f(a) < 0, f(b) > 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

6. При решении нелинейного уравнения $(2-x)e^x - 0,5 = 0$ на интервале $[1,5; 2,5]$ за начальное приближение корня принято $x_0 = 2$. Какой метод решения использован

- а. парабол
- б. бисекции
- в. простой итерации
- г. касательных (ОК 01-02, ОК 09)

7. В каком методе экстраполяции функции $f(x) = 0$ осуществляют с помощью касательной к кривой в данной точке по формуле $x_k = x_{k-1} - f(x_{k-1}) / f'(x_{k-1})$

- а. парабол
- б. дихотомии
- в. простой итерации
- г. метод Ньютона (ОК 01-02, ОК 09)

8. Условием сходимости в методе простой итерации является выполнение неравенства

- а. $|f'(x)| < 1$
- б. $|f'(x)| > 1$
- в. $|f'(x)| = 1$
- г. $|f'(x)| = 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

9. Корнем нелинейного уравнения $\ln x (x+1)^3 = 0$ на интервале изоляции корня $[0,1; 0,9]$ является то значение x , при котором функция с заданной точностью принимает значение

- а. $f(x) > 1$
- б. $f(x) < 1$
- в. $f(x) = 0$
- г. $f(x) > \varepsilon$ (ОК 01-02, ОК 09)

10. Какое из нелинейных уравнений относится к трансцендентным:

- а. $x^2 + 5x - 10 = 0$
- б. $\sin x - 2x - 0,5 = 0$
- в. $(x-1)^2 - 2x + 15 = 0$
- г. $x^4 - 26x^3 + 131x^2 - 226x + 120 = 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

11. Отметьте алгебраические уравнения:

- а. $x^2 + 5x - 10 = 0$
- б. $\sin x - 2x - 0,5 = 0$
- в. $(x-1)^2 - 2x + 15 = 0$
- г. $x^4 - 26x^3 + 131x^2 - 226x + 120 = 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

12. Какие из нелинейных уравнений относятся к трансцендентным:

- а. $x^2 + 5x - 10 = 0$
- б. $\sin x - 2x - 0,5 = 0$
- в. $(x-1)^2 - 2x + 15 = 0$
- г. $x^4 - 26\cos(15e^{-x^2}) = 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

13. В методе бисекции для определения x_1 выбирают один из отрезков $[a, x_0]$ или $[x_0, b]$, в котором выполняется условие :

- а. $f(a) \cdot f(x_0) < 0$
- б. $f(a) \cdot f(x_0) > 0$
- в. $f(b) \cdot f(x_0) > 0$
- г. $f'(x_0) \cdot f'(b) > 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

14. Условием прекращения вычисления корня нелинейного уравнения в методе Ньютона является:

- а. $|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon$
- б. $f'(x) > \varepsilon$
- в. $f'(x) \cdot f'(x) > 0$
- г. $|f'(x)| < (a+b)/2$ (ОК 01-02, ОК 09)

15. Указать какое действие является лишним при вычислении корней нелинейных уравнений методом простой итерации:

- а. Выбрать начальное приближение корня
- б. Найти вторую производную функции
- в. Представить уравнение в следующем виде: $x = f(x)$
- г. Найти максимальное значение первой производной (ОК 01-02, ОК 09)

16. Методом касательных уточнить корень уравнения $x^2 - e^{-x} = 0$ на отрезке $[0,5; 1,0]$. Если $f'(x) = 2 - e^{-x} > 0$, $f(a) < 0$, $f(b) > 1$, то какое из условий определяет выбор начального приближения корня:

- а. $f(a) \cdot f'(x) < 0$
- б. $f(b) \cdot f'(a) > 0$

- в. $f(b) \cdot f'(x) > 0$
г. $f(a) \cdot f(b) < 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

17. Определен корень уравнения $x^2 - e^{-x} = 0$ на отрезке $[0,5; 1,0]$ указать начальное приближение в методе бисекции:

- а. 0.5
б. 1
в. 0.5
г. 0.75
д. 1
е. $f(a) \cdot f'(x) < 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

18. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является . . .

- а. точным
б. приближенным
в. итерационным
г. прямым (ОК 01-02, ОК 09)

19. Отметьте правильный ответ.

Система

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 7x_3 &= 8, \\2x_1 + x_2 - 8x_3 &= 0, \\-x_1 - x_2 + x_3^2 &= 1.\end{aligned}$$

является

- а. нелинейной
б. линейной
в. линейно-нелинейной
г. дифференциальной (ОК 01-02, ОК 09)

20. Интервалы изоляции корней неизвестных в система нелинейных уравнений

можно определить

- а. графически
б. только аналитически
в. интегрированием
г. приведением матрицы к треугольному виду (ОК 01-02, ОК 09)

21. Для решения системы нелинейных уравнений нужно задать

- а. начальное приближение
б. точность вычисления
в. число приближений

г. постоянную интегрирования (ОК 01-02, ОК 09)

22. Узлы интерполяции это:

- а. Значение функции $y = f(x)$ в некоторых точках $x_i, i = 1, 2, \dots, n$;
- б. Значения аргументов x_i , для которых известны значения интерполируемой функции $f(x_i)$;
- в. Любое значение $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, из области определения $f(x)$;
- г. Фактор $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ исследуемых явлений $y = f(x)$;
- д. Промежуточные значения $y = f(x)$; (ОК 01-02, ОК 09)

23. Геометрически задача интерполяции означает :

- а. Построение кривой, проходящей через заданное множество точек $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$;
- б. Построение интервала, в котором определена заданная функция ;
- в. Построение прямой, проходящей через узлы интерполяции $x_i, i = 1, 2, \dots, n$;
- г. Построение множества кривых проходящих через заданное множество точек $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$; (ОК 01-02, ОК 09)

24. Какой класс приближающих функции чаще всего применяют при интерполировании?

- а. полиномиальные функции, коэффициенты которых зависят от координат и значений функции в узлах;
- б. тригонометрические функции, имеющие отношение к рядам Фурье;
- в. показательные функции;
- г. логарифмические функции. (ОК 01-02, ОК 09)

25. Какой критерий согласия применяется при интерполировании функции полиномами ?

- а. уменьшение максимального отклонения значений интерполирующей функции в узлах интерполяции до минимума;
- б. минимизация суммы квадратов отклонений в узловых точках;
- в. точное совпадение в узловых точках
- г. максимизация суммы квадратов отклонений в узловых точках (ОК 01-02, ОК 09)

Ключ

Вопросы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ответы	В	В	А	В	БГ	Б	Г	А	В	Б	АВГ	БГ	А	А	Б	В
Вопросы	17	18	19	20	21	22	23	24	25							
Ответы	Г	БВ	А	А	АБ	Б	А	А	В							

ТЕСТ 2

1. Полином какой степени имеет смысл использовать для интерполяции значений функции $y = y(x)$ между точками (x, y) следующего вида (1;1), (2;2), (3;3)?

- а. нулевой
- б. первой

- в. второй
- г. только шестой степени или выше (ОК 01-02, ОК 09)

2. При интерполяции с помощью интерполяционного полинома Лагранжа

- а. Узлы, между которыми производится интерполяция, должны располагаться только равномерно на отрезке интерполяции
- б. Узлы x_i должны быть пронумерованы в порядке возрастания аргумента x
- в. Координаты x_i должны образовывать монотонную последовательность чисел
- г. Узлы x_i могут располагаться на оси ординат произвольным образом, но не должны совпадать друг с другом (ОК 01-02, ОК 09)

3. Интерполяционные формулы могут быть использованы

- а. только в пределах между крайними узлами интерполяции
- б. для значений аргумента, лежащих как в пределах, так и за пределами крайних узлов интерполяции
- в. только в окрестностях узлов интерполяции, в пределах которых разложение в ряд Тейлора не приводит к большим ошибкам
- г. только за пределами крайних узлов интерполяции (ОК 01-02, ОК 09)

4. Интерполяционный полином Ньютона степени n строится с использованием

- а. конечных разностей до n го порядка включительно
- б. конечных разностей до $(n-1)$ -го порядка включительно
- в. конечных разностей до $(n-1)$ -го порядка включительно для формул интерполирования "вперед" и до $(n+1)$ -го порядка для формул интерполирования "назад"
- г. только равноотстоящих узлов интерполирования (ОК 01-02, ОК 09)

5. Формулы Лагранжа и Ньютона при интерполяции по N узлам порождают

- а. по сути только один интерполяционный полином, различие только в формах записи и в алгоритмах вычисления коэффициентов
- б. полиномы различной степени
- в. полиномы, приводящие к различным погрешностям даже при точном вычислении коэффициентов
- г. аппроксимирующие функции степени $N+10$ (ОК 01-02, ОК 09)

6. Абсолютная погрешность выражается формулой:

- а. $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$
- б. $\Delta x = |x - \bar{x}|$
- в. $x = \bar{x} + \Delta x$
- г. $x = \bar{x} + 2\Delta x$ (ОК 01-02, ОК 09)

7. Средняя величина определяется по формуле:

- а. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- б. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$
- в. $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$
- г. $t_{\nu, p/2} \cdot S_{\bar{x}}$ (ОК 01-02, ОК 09)

8. Среднее квадратическое отклонение выборочного среднего определяется по формуле:

- а. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- б. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$
- в. $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$
- г. $t_{\nu, p/2} \cdot S_{\bar{x}}$ (ОК 01-02, ОК 09)

9. Расстояния между кривой аппроксимирующей функции и опытными точками должны быть

- а. минимальными
- б. максимальными
- в. любые
- г. случайным образом (ОК 01-02, ОК 09)

10. Аппроксимирующая кривая должна проходить

- а. через все экспериментальные точки
- б. не обязательно через все экспериментальные точки
- в. через каждую вторую экспериментальную точку
- г. случайным образом (ОК 01-02, ОК 09)

11. Точность метода Эйлера на интервале оценивается как:

- а. $O(h)$
- б. $O(h^2)$
- в. $O(h^3)$
- г. $O(h^4)$ (ОК 01-02, ОК 09)

12. Методы конечных разностей сводят решение краевой задачи для ОДУ к решению

- а. системы алгебраических уравнений относительно значений искомой функции в узловых точках

- б. нелинейного уравнения методом касательных
- в. задачи Коши для того же уравнения
- г. исходного уравнения с измененными граничными условиями
- д. смешанной краевой задачи методом стрельбы (ОК 01-02, ОК 09)

13. В методе Симпсона подынтегральная функция заменяется

- а. квадратичной параболой
- б. прямой (ОК 01-02, ОК 09)
- в. кубической параболой
- г. выражением, содержащим тригонометрические функции

14. Погрешность метода трапеции составляет

- а. $O(h^3)$
- б. $O(h)$
- в. $O(h^2)$
- г. $O(h^4)$
- д. $O(h^5)$ (ОК 01-02, ОК 09)

15. Погрешность вычисления определенного интеграла можно уменьшить, если

- а. увеличить число точек разбиений интервала
- б. повысить степень используемых для интегрирования полиномов
- в. уменьшить число точек разбиений интервала
- г. понизить степень используемых для интегрирования полиномов (ОК 01-02, ОК 09)

16. Задача приближенного интегрирования состоит в вычислении

- а. определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах
- б. неопределенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах
- в. определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в произвольных точках
- г. корней системы линейных алгебраических уравнений на данном интервале (ОК 01-02, ОК 09)

17. Основными понятиями численного интегрирования являются:

- а. узел
- б. квадратурная формула
- в. интерполяционный многочлен
- г. коэффициенты регрессии
- д. множители Лагранжа (ОК 01-02, ОК 09)

18. Подынтегральная функция $f(x)=x^2$. Применение какого численного метода даст наиболее точное вычисление интеграла?

- а. Симпсона

- б. трапеций
- в. правых прямоугольников
- г. левых прямоугольников
- д. средних прямоугольников (ОК 01-02, ОК 09)

19. Значение интеграла $I = \int_0^2 x^2 dx$, вычисленное методом трапеций (шаг $h=1$) равняется

- а. -1
- б. 1
- в. 2
- г. 3
- д. 4 (ОК 01-02, ОК 09)

20. Погрешность метода Симпсона составляет

- а. $O(h^3)$
- б. $O(h)$
- в. $O(h^2)$
- г. $O(h^4)$
- д. $O(h^5)$ (ОК 01-02, ОК 09)

21. Погрешность метода средних прямоугольников составляет

- а. $O(h^3)$
- б. $O(h)$
- в. $O(h^2)$
- г. $O(h^4)$
- д. $O(h^5)$ (ОК 01-02, ОК 09)

22. Погрешность метода левых прямоугольников составляет

- а. $O(h^3)$
- б. $O(h)$
- в. $O(h^2)$
- г. $O(h^4)$
- д. $O(h^5)$ (ОК 01-02, ОК 09)

23. Погрешность метода правых прямоугольников составляет

- а. $O(h^3)$

- б. $O(h)$
 в. $O(h^2)$
 г. $O(h^4)$
 д. $O(h^5)$ (ОК 01-02, ОК 09)

24. Необходимым условием существования экстремума функции является :

- а. $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} = 0$
 б. $\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} < 0$
 в. $\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x_i^2} = 0$
 г. $\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x_i^2} < 0$
 д. $\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x_i^2} > 0$ (ОК 01-02, ОК 09)

25. При смене знака первой производной $\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x} \right)$ функции $f(x)$ около точки x_0 с минуса (-) на плюс(+) в точке x_0 существует

- а. максимум функции $f(x)$
 б. минимума функции $f(x)$
 в. функция $f(x) = 0$
 г. функция $f(x) > 0$ (возрастает) (ОК 01-02, ОК 09)

ВОПРОСЫ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ОТВЕТЫ	Б	Г	Б	А	А	Б	А	В	А	Б	А	А	А	В	А	А
ВОПРОСЫ	17	18	19	20	21	22	23	24	25							
ОТВЕТЫ	АБ	А	Г	Г	В	Б	Б	А	Б							

**ВОПРОСЫ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

по ОП.10. «Численные методы»

1. Измерение. Погрешность. Виды и источники погрешностей. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ: Традиционно все погрешности измерений разделяют на систематические, случайные и грубые (промахи).

Систематическая погрешность - составляющая абсолютной погрешности, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся в течение всего цикла измерений или (и) при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Источником систематических погрешностей служат несовершенство технических средств и методик измерения, процессы, происходящие при взаимодействии средства и объекта измерений

Случайная погрешность – составляющая абсолютной погрешности, которая изменяется случайным образом при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Основным источником случайных погрешностей являются шумы и помехи различной природы, которые возникают в самом объекте измерения, в используемых средствах измерений, окружающей среде, устройствах передачи измерительной информации.

Грубая погрешность – погрешность, которая вызывается, как правило, однократными причинами, и существенно превышает величину погрешности, ожидаемой в данных условиях.

2. Приближенные решения уравнений и их систем. Постановка задачи. Два этапа решения задачи.

Ответ:

Решение задачи разбивается на два этапа: на первом этапе осуществляют локализацию корней, на втором этапе производят итерационное уточнение корней. На этапе локализации корней находят достаточно узкие отрезки (или отрезок, если корень единственный), которые содержат один и только один корень уравнения. На втором этапе вычисляют приближенное значение корня с заданной точностью. Часто вместо отрезка локализации достаточно указать начальное приближение к корню. (ОК 01-02, ОК 09)

3. Отделение корней. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Всякое значение λ , обращающее функцию $f(x)$ в нуль, т. е. такое, что $f(\lambda) = 0$, называется корнем уравнения (1) или нулём функции $f(x)$.

Отделить корни – это значит разбить всю область допустимых значений на отрезки, в каждом из которых содержится один корень. Отделение корней можно произвести двумя способами – графическим и аналитическим.

Графический метод отделения корней: а) строят график функции $y = f(x)$ для уравнения вида $f(x) = 0$. Значения действительных корней уравнения являются абсциссы точек пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью Ox

б) представляют уравнение (1) в виде $\varphi(x) = g(x)$ и строят графики функций

$y = \varphi(x)$ и $y = g(x)$. Значения действительных корней уравнения являются абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \varphi(x)$ и $y = g(x)$

Отрезки, в которых заключено только по одному корню, легко находятся.

4. Уточнение корней методом проб. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

В этом методе точку «с» на отрезке $[a, b]$ выбирают произвольно, а в качестве нового отрезка (подотрезка $[a, b]$) берут тот из отрезков $[a, c]$ или $[b, c]$, на концах которого функция имеет разные знаки, что определяется непосредственной проверкой.

Однако, в чистом виде метод проб применяется редко, так как успех его в значительной степени зависит от удачи в выборе точки «с».

Для расчетов в ЭВМ метод проб применяется в виде так называемого метода половинного деления (метода дихотомии).

Пусть корень уравнения $f(x)=0$ отделен на отрезке $[a,b]$, то есть, причем $b-a < \epsilon$ (здесь ϵ -точность, с которой необходимо вычислить приближенное значение корня; -непрерывная функция)

Возьмем на отрезке $[a,b]$ точку «с» такую, что $[a,c]=[c,b]=(b-a)/2$, то есть $c=(b+a)/2$. Если $f(c)=0$, то «с» - точный корень.

Уравнения. если же, то из двух образовавшихся отрезков выберем тот, на концах которого функция принимает значения противоположных знаков, выбранный отрезок обозначим. Затем отрезок также делим пополам и проводим те же рассуждения. Получим отрезок, длина которого равна ϵ . Процесс деления отрезка пополам производим до тех пор, когда на каком-то этапе либо середина отрезка будет корнем уравнения, либо будет получен отрезок такой, что $f(a) \cdot f(b) < 0$ (здесь число показывает число делений пополам сужаемых участков). Число и - корни уравнения с точностью до ϵ .

За приближенное значение искомого корня будем брать c , причем погрешность не превышает ϵ .

5. Уточнение корней методом хорд (пропорционального деления). (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Этот метод нахождения простых корней широко применяется при решении конечных уравнений. Другие названия рассматриваемого метода: метод ложного положения, метод линейной аппроксимации, метод пропорциональных частей, метод секущих.

Идея метода хорд состоит в том, что на достаточно малом промежутке дуга кривой $y=f(x)$ заменяется стягивающей ее хордой. В качестве приближенного значения корня принимается точка пересечения хорды с осью Ox , т.е. это точка $x=c$.

Пусть дано уравнение $f(x)=0$, где -непрерывная функция, имеющая в интервале производные первого и второго порядков.

6. Уточнение корней методом касательных (метод Ньютона). (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод Ньютона относится к градиентным методам, в которых для нахождения корня используется значение производной.

Дано нелинейное уравнение: $f(x)=0$

Найти корень на интервале $[a,b]$ с точностью ϵ .

Метод Ньютона основан на замене исходной функции $f(x)$, на каждом шаге поиска касательной, проведенной к этой функции. Пересечение касательной с осью Ox дает приближение корня

Выберем начальную точку $x_0=b$ (конец интервала изоляции). Находим значение функции в этой точке и проводим к ней касательную, пересечение которой с осью Ox дает нам первое приближение корня x_1 .

7. Уточнение корней комбинированным методом. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Алгоритм:

1. Вычислить значения $f(a)$ и $f(b)$;
2. Проверить выполнение условия если условие не выполняется, неверно выбран отрезок
3. Найти первую и вторую производные f' ;
4. Проверить постоянство знака производных на отрезке если условие не выполняется, он выбран неверно;
5. Выполнить действия, указанные в п.3.3.;
6. Проверить условие окончания процесса, если задана погрешность; если оно не выполняется, то отрезок изоляции корня сужается и имеет вид $[a_n, b_n]$. Приближенные корни находят по формулам

$$x_{n1} = x_{n-11} - \frac{f(x_{n-11})}{f'(x_{n-11})}; \quad x_{n2} = x_{n-11} - \frac{(x_{n-12} - x_{n-11}) \cdot f(x_{n-11})}{f(x_{n-12}) - f(x_{n-11})}; \quad x_n = \frac{x_{n1} + x_{n2}}{2}.$$

8. Уточнение корней методом простой итерации. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод простых итераций (метод последовательных приближений) решения уравнения $f(x)=0$ состоит в замене исходного уравнения эквивалентным ему уравнением $x = \varphi(x)$ и построении последовательности $x_{k+1} = \varphi(x_k)$, сходящейся при $k \rightarrow \infty$ к точному решению.

9. Точные методы решения систем линейных уравнений. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

- Метод Гаусса;
- Метод исключения Жордана – Гаусса или полного исключения
- Методы разложения матрицы коэффициентов системы линейных уравнений на подматрицы;
- Метод ортогонализации;
- Метод прогонки.

10. Приближенные методы решения систем уравнений. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

- Метод деления отрезка пополам;
- Метод хорд;
- Метод Ньютона;
- Метод Чебышева.

11. Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования и задачи параболического интерполирования. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Интерполирование по определению предполагает нахождение промежуточных значений величины заданной таблицей или графиком по некоторым ее значениям. Относительно функциональных зависимостей она является одним из основных видов точечной аппроксимации.

Задача интерполирования сводится к подбору многочлена согласно (1) вида:

$$P(x) = c_0 x^n + c_1 x^{n-1} + \dots + c_{n-1} x + c_n = \sum_{k=0}^n c_k x^{n-k}$$

12. Метод неопределенных коэффициентов. Единственность решения задачи.

Ответ:

(ОК 01-02, ОК 09)

Методом неопределенных коэффициентов называют метод, применяемый для отыскания коэффициентов выражений, вид которых заранее известен.

Суть этого метода состоит в том, что заранее предполагается вид множителей – многочленов, на которые разлагается данный многочлен.

13. Интерполяционная формула Лагранжа. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Формула интерполяции Лагранжа находит многочлен, называемый полиномом Лагранжа, который принимает определенные значения в произвольной точке. Это полиномиальное выражение функции $f(x)$ n -й степени. Метод интерполяции используется для нахождения новых точек данных в пределах диапазона дискретного набора известных точек данных.

14. Первая интерполяционная формула Ньютона. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1! \cdot h} (x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2! \cdot h^2} (x - x_0)(x - x_1) + \dots \\ \dots + \frac{\Delta^n y_0}{n! \cdot h^n} (x - x_0) \dots (x - x_{n-1}),$$

- Этот многочлен называют **интерполяционным полиномом Ньютона** для интерполяции в начале таблицы (интерполирование «вперед») или **первым полиномом Ньютона**.

15. Вторая интерполяционная формула Ньютона.

Ответ:

(ОК 01-02, ОК 09)

получим *вторую интерполяционную формулу Ньютона* или многочлен Ньютона для интерполирования «назад».

$$P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{h} (x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2! h^2} (x - x_n)(x - x_{n-1}) + \dots \\ + \frac{\Delta^3 y_{n-3}}{3! h^3} (x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \dots \\ \dots + \frac{\Delta^n y_0}{n! h^n} (x - x_n)(x - x_{n-1}) \dots (x - x_1).$$

16. Интерполирование сплайнами (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Построение интерполяционного многочлена Лагранжа и Ньютона с использованием большого числа узлов интерполирование на отрезке $[a, b]$ может привести к плохому приближению интерполируемой функции из-за возрастания вычислительной погрешности. Такой интерполяционный многочлен существенно проявляет свои колебательные свойства, и его значения между узлами могут значительно отличаться от значений интерполируемой функции. Кроме того, построенный многочлен будет иметь высокую степень, что тоже весьма нежелательно. Этих неприятностей можно избежать, разбив отрезок $[a, b]$ на частичные отрезки и построив на каждом из них многочлен невысокой степени, так или иначе приближенный к заданной функции $f(x)$.

Одна из возможностей преодоления этого недостатка заключается в применении сплайн-интерполяции. Иногда такой прием называют кусочно-полиномиальным интерполированием.

Суть сплайн-интерполяции заключается в определении интерполирующей функции по формулам одного типа для различных подмножеств и в стыковке значений функции и ее производных на границах подмножеств.

17. Численные методы вычисления интегралов (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

- Квадратурные формулы;
- Формула средних прямоугольников;
- Формула трапеций;
- Формула Симпсона;
- Составные квадратурные формулы;
- Квадратурные формулы Гаусса;
- Правило Рунге практической оценки погрешности.

18. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Квадратурные формулы интерполяционного типа, основанные на равномерной сетке, называются формулами Ньютона-Котеса.

19. Формулы прямоугольников. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

- формулы левых прямоугольников;
- формулы правых прямоугольников;
- формулы средних прямоугольников.

20. Формула трапеции. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Пусть $f \in C^2[0, h]$. Полагаем

$$I = \int_0^h f(x) dx \approx h \cdot \frac{f_0 + f_1}{2}, \quad (1.2.4)$$

где $f_0 = f(0)$, $f_1 = f(h)$. Из формулы (1.2.4) видно, что искомое значение интеграла приближенно заменяется величиной площади закрашенной на рис. (1.1,б) трапеции.

Аналогично тому, как это сделано в п. (1.2.2) можно получить формулу трапеций с остаточным членом

$$\int_0^h f(x) dx = h \cdot \frac{f_0 + f_1}{2} - \frac{h^3}{12} \cdot f''(\xi), \quad \xi \in [0, h].$$

21. Формула Симпсона. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Формула Симпсона с остаточным членом имеет вид

$$\int_{-h}^h f(x) dx = \frac{h}{3} \cdot (f_{-1} + 4f_0 + f_1) - \frac{h^5}{90} \cdot f^{(IV)}(\xi), \quad \xi \in [-h, h].$$

22. Оценка погрешности методом двойного пересчета. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Практически важно вести вычисления до достижения заданной точности ε по той или иной квадратурной формуле. Этой цели удовлетворяет *метод двойного пересчета*, который заключается в следующем. По квадратурной формуле проводят вычисление интеграла с шагом h и получают значение интеграла $I(h)$. Затем уменьшают шаг вдвое (т.е. увеличивают n вдвое) и получают новое приближенное значение интеграла $I\left(\frac{h}{2}\right)$. Чтобы определить, как сильно уклоняется значение $I\left(\frac{h}{2}\right)$ от точного значения I , используется *правило Рунге*:

$$\left| I - I\left(\frac{h}{2}\right) \right| \approx \frac{1}{2^k - 1} \left| I(h) - I\left(\frac{h}{2}\right) \right|, \quad (7)$$

где $k=2$ для формул прямоугольников и трапеций и $k=4$ для формулы Симпсона.

23. Метод Монте-Карло вычисления интегралов (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

1. Сущность метода Монте-Карло

Сущность метода Монте-Карло следующая: требуется найти значение A некоторой изучаемой величины. Для этого выберем такую случайную величину X , математическое ожидание которой равно A :

$$M(x) = A$$

На практике поступаем так: производим n испытаний, в результате которых получаем n возможных значений x ; вычисляем их среднее арифметическое

$$\bar{x} = (\sum x_i) / n$$

и принимаем в качестве оценки (приближенного значения) искомого числа a :

$$a \cong \bar{x}$$

24. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Дифференциальное уравнение и его решение. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений можно разбить на следующие группы: графические, аналитические, приближенные и численные.

25. Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Простейшим численным методом решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения является метод Эйлера.

26. Метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Метод Эйлера является частным случаем методов первого и второго порядков, относящихся к классу методов Рунге-Кутты.

27. Решение уравнений с частными производными методом сеток. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Для решения дифференциального уравнения методом конечных разностей (сеток) сначала область, на которой ищется решения, заменяется дискретным множеством точек (разностной сеткой). В этой методе, правило, используется регулярные сетки, шаг которых либо постоянен, либо меняется по несложному закону.

28. Метод средних. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

Согласно методу средних, за наилучшую эмпирическую зависимость принимается та, которая обеспечивает нулевое значение суммы отклонений по всем экспериментальным точкам, т.е. алгебраическая сумма невязок равна нулю.

29. Метод наименьших квадратов. (ОК 01-02, ОК 09)

Ответ:

В основе МНК лежит положение, согласно которому наилучшим приближением к теоретической будет такая прямая линия, для которой сумма квадратов разностей экспериментальных значений y_i и соответствующих вычисленных значений $f(x, k, b)$ является минимальной.

(ОК 01-02, ОК 09)

**ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ К ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ
(ОК 01, ОК 02, ОК 09)**

1. Решить способом хорд и касательных с точностью до 0,01 следующее уравнение

$$x^4 + 3x - 20 = 0.$$

Ответ: $x=0$ (ОК 01-02, ОК 09)

2. Решить уравнение $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$ методом хорд на отрезке $[-4;-2]$.

Ответ: -2. (ОК 01-02, ОК 09)

3. Решить уравнение $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$ методом Ньютона на отрезке $[-4;-2]$.

Ответ: -3,255. (ОК 01-02, ОК 09)

4. Даны точки (0; 3), (2; 1), (3; 5), (4; 7). Используя интерполяционную формулу Лагранжа, составить уравнение функции, принимающей указанные значения при заданных значениях аргумента.

Ответ:

$$L(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - \frac{25}{3}x + 3 \quad (\text{ОК 01-02, ОК 09})$$

5. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, построить функцию, принимающую значения заданные таблицей.

x	1	3	4	6
y	-7	5	8	14

Ответ: $P_3(x) = \frac{1}{5}(x^3 - 13x^2 + 69x - 92)$ (ОК 01-02, ОК 09)

6. Даны десятичные логарифмы чисел:

$$\lg 2,0 = 0,30103, \quad \lg 2,1 = 0,32222, \quad \lg 2,2 = 0,34242, \\ \lg 2,3 = 0,36173, \quad \lg 2,4 = 0,38021, \quad \lg 2,5 = 0,39794.$$

Пользуясь интерполяционной формулой Ньютона, найти $\lg 2,03$.

Ответ: $\lg 2,03 = 0,30750$ (ОК 01-02, ОК 09)

7. По формуле прямоугольников вычислить $\int \frac{dx}{x}$, разбив интервал интегрирования на 10 частей. Оценить погрешность.

Ответ: $0,72 \pm 0,05$. (ОК 01-02, ОК 09)

8. По формуле Симпсона вычислить $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$, приняв $n = 10$.

Ответ: 0.69315 ± 0.00001 . (ОК 01-02, ОК 09)

9. По формуле трапеций вычислить $\int_0^5 \frac{7}{x^2+1} dx$, приняв $n = 10$.

Ответ: 9,613805. (ОК 01-02, ОК 09)

10. Найти, используя метод Эйлера, значения функции y , определяемой

дифференциальным уравнением $y' = \frac{y-x}{y+x}$, при начальном условии $y(0) = 1$, принимая $h = 0,1$.

Ограничиваясь отысканием первых четырех значений y .

Ответ:

X	0	0,1	0,2	0,3	0,4
y	1	1,1	1,18	1,25	1,31

(ОК 01-02, ОК 09)

Критерии оценки на дифференцированном зачете

«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
студент раскрывает теоретический вопрос билета, практическое задание выполняет без ошибок, уверенно отвечает на дополнительные вопросы	студент раскрывает теоретический вопрос, практическое задание выполняет без ошибок, на дополнительные вопросы отвечает неуверенно, допускает не точности в определениях.	студент раскрывает теоретический вопрос не в полной мере, допускает неточности в формулировках (1-2 ошибки), практическое задание выполнено частично, с допущением ошибок в расчётах	Теоретический вопрос не раскрыт, практическое задание не выполнено.