

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 26.02.2026 10:27:45  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ

Директор  
Елабужского института КФУ  
" 24 " 02 2026 г.  
Е.Е. Мерзон.  
МП



Программа дисциплины (модуля)

Числовые системы

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) к.н. (доцент) Созонтова Е.А. (Кафедра математики и прикладной информатики).

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК-1	Способен понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач
ПК-1.1	Знать структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач
ПК-1.2	Уметь понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач
ПК-1.3	Владеть способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем.

Должен уметь:

понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем.

Должен владеть:

способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем.

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.08.08 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)" и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

### **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 6 семестре.

### **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

#### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Система натуральных чисел	6	2	2	0	6
2.	Тема 2. Система целых чисел	6	2	2	0	6
3.	Тема 3. Система рациональных чисел	6	4	2	0	6
4.	Тема 4. Система действительных чисел	6	2	4	0	6
5.	Тема 5. Алгебра комплексных чисел	6	4	4	0	6
6.	Тема 6. Линейные алгебры	6	4	4	0	6
	Итого: 72		18	18	0	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Система натуральных чисел

Аксиоматические теории. Формулировка, непротиворечивость, независимость, полнота, категоричность.

Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиомы Пеано и простейшие следствия из них. Свойства сложения и умножения. Полукольцо натуральных чисел. Отношение порядка. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Вычитание и деление натуральных чисел.

Понятие о формальной теории натуральных чисел. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел.

Принципы расширения алгебраической системы и алгебры.

##### Тема 2. Система целых чисел

Аксиоматическая теория целых чисел. Аксиомы Пеано. Арифметика положительных целых чисел. Представимость целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Упорядоченность кольца целых чисел. Модель аксиоматической теории целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

##### Тема 3. Система рациональных чисел

Аксиоматическая теория рациональных чисел. Представимость рационального числа в виде частного двух целых чисел. Рациональные числа и поля. Упорядоченность поля рациональных чисел. Модель аксиоматической теории рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

##### Тема 4. Система действительных чисел

Последовательности в линейно упорядоченных полях. Фундаментальность, сходимости, ограниченность, эквивалентность последовательностей и их свойства.

Аксиоматическая теория действительных чисел. Построение поля действительных чисел. Представимость действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. Существование корня из положительного числа в поле действительных чисел. Представимость действительного числа систематической дробью. Непрерывность поля действительных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории действительных чисел.

##### Тема 5. Алгебра комплексных чисел

Аксиоматическая теория комплексных чисел. Основные свойства комплексных чисел. Представимость комплексного числа в алгебраической форме. Упорядоченность аддитивной группы кольца комплексных чисел и невозможность линейного упорядочения поля комплексных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории комплексных чисел.

##### Тема 6. Линейные алгебры

Линейные алгебры конечного ранга над полем. Алгебры с делением. Гиперкомплексные системы. Отсутствие гиперкомплексных систем ранга три. Тело кватернионов - линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по

## **дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для**

## освоения дисциплины (модуля)

Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

Математическое бюро - [https://www.matburo.ru/ex\\_subject.php?p=vm](https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=vm)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий следует вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание темы, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, практических рекомендаций, разрешения проблемных ситуаций. В ходе подготовки к лекционным занятиям повторить изложенный ранее учебный материал, ознакомиться с основной и дополнительной литературой, информацией из рекомендованных Интернет-ресурсов по изученной теме. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из рекомендованной основной и дополнительной литературы, Интернет-ресурсов по проблемным вопросам.
практические занятия	На практических занятиях систематизируются полученные теоретические знания, отрабатываются навыки их практического применения посредством решения типовых задач и выполнения практических заданий с использованием различных методов. В ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется повторить изложенный ранее учебный материал, ознакомиться с основной и дополнительной литературой, информацией из рекомендованных Интернет-ресурсов по соответствующей теме дисциплины.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа по данной дисциплине включает: повторение теоретического материала; подготовка к практическим занятиям; решение задач, выданных на практических занятиях; подготовка к письменным работам, подготовка к экзаменам. Любая форма самостоятельной работы начинается с изучения конспекта лекции, соответствующей учебной и научной литературы, а также информации из рекомендованных Интернет-ресурсов. Во всех рекомендуемых учебниках и учебных пособиях содержатся контрольные вопросы, которые помогают повторить ключевые моменты соответствующей темы, и практические задания, нацеленные на выявление логических взаимосвязей.
зачет	Зачет проводится в устной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всему разделу дисциплины. Оценивается владение теоретическим материалом, его системное освоение, взаимосвязь основных понятий дисциплины, способность применять знания и умения при решении практических заданий, приобретение навыков самостоятельной работы. Для подготовки к зачету рекомендуется повторить весь учебный материал по дисциплине, а также использовать основную и дополнительную литературу, информацию из рекомендованных Интернет-ресурсов.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория № 81 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Площадь 65,5 кв.м. Комплект мебели (посадочных мест) 40 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Мультимедийный экран 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор EPSON EB-980W 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Хепух1202, микрофоны. Портреты 5 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 86 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения

занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Площадь 94,6 кв.м. Комплект мебели (посадочных мест) 100 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны, Портреты 12 шт. Веб-камера. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)  
Б1.О.07.08 Числовые системы**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Профиль подготовки: Математика и физика  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю) .....	
2. Критерии оценивания сформированности компетенций .....	
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию .....	
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания .....	
4.1. Оценочные средства текущего контроля.....	
4.1.1. Устный опрос .....	
4.1.1.1. Порядок проведения .....	
4.1.1.2 Критерии оценивания .....	
<a href="#">4.1.1.3. Содержание оценочного средства</a> .....	
4.1.2. Письменная работа .....	
4.1.2.1. Порядок проведения .....	
4.1.2.2 Критерии оценивания .....	
4.1.2.3. Содержание оценочного средства .....	
4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации (зачет) .....	
4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос .....	
<a href="#">4.2.1.1. Порядок проведения</a> .....	
<a href="#">4.2.1.2. Критерии оценивания</a> .....	
<a href="#">4.2.1.3 Оценочные средства</a> .....	
4.2.2. Решение задач .....	
4.2.2.1. Порядок проведения .....	
4.2.2.2. Критерии оценивания .....	
4.2.2.3 Оценочные средства .....	

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ПК-1 Способен понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач	<p>Знать структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем</p> <p>Уметь понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем</p> <p>Владеть способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем</p>	<p><b>Текущий контроль:</b> Устный опрос по темам Тема 1. Система натуральных чисел Тема 2. Система целых чисел Тема 3. Система рациональных чисел Тема 4. Система действительных чисел Тема 5. Алгебра комплексных чисел Тема 6. Линейные алгебры</p> <p>Письменная работа по теме: Тема 6. Линейные алгебры</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> <i>Зачет</i></p>

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ПК-1	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; основные математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не знает структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области числовых систем
	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем. Допускает незначительные ошибки при ответе на	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; применять основные математические методы при решении поставленных из области числовых систем. Допускает типичные	Не умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем

		вопрос или решении поставленной задачи	ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	систем
	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; применять основные математические методы при решении поставленных из области числовых систем. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных из области числовых систем

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

6 семестр:

#### Текущий контроль:

Устный опрос. Тема 1. Система натуральных чисел. Тема 2. Система целых чисел. Тема 3. Система рациональных чисел. Тема 4. Система действительных чисел. Тема 5. Алгебра комплексных чисел. Тема 6. Линейные алгебры. Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Письменная работа. Тема 6. Линейные алгебры.

Максимальное количество баллов по БРС - 30.

Итого  $30+20=50$  баллов

#### Промежуточная аттестация: зачет – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий зачет обеспечивает случайное распределение вариантов зачетных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете. Зачет проводится по билетам. В каждом билете два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого  $20+30=50$  баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для зачета:

56-100 – зачтено

0-55 – не зачтено

#### **4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания**

##### **4.1. Оценочные средства текущего контроля**

**4.1.1. Устный опрос. Тема 1. Система натуральных чисел. Тема 2. Система целых чисел. Тема 3. Система рациональных чисел. Тема 4. Система действительных чисел. Тема 5. Алгебра комплексных чисел. Тема 6. Линейные алгебры.**

###### **4.1.1.1. Порядок проведения**

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

###### **4.1.1.2 Критерии оценивания**

###### **17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

Тема 1. Система натуральных чисел. Аксиоматические теории. Формулировка, непротиворечивость, независимость, полнота, категоричность. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиомы Пеано и простейшие следствия из них. Свойства сложения и умножения. Полукольцо натуральных чисел. Отношение порядка. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Вычитание и деление натуральных чисел. Понятие о формальной теории натуральных чисел. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел. Принципы расширения алгебраической системы и алгебры.

Тема 2. Система целых чисел

Аксиоматическая теория целых чисел. Представимость целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Упорядоченность кольца целых чисел. Модель аксиоматической теории целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

Тема 3. Система рациональных чисел

Аксиоматическая теория рациональных чисел. Представимость рационального числа в виде частного двух целых чисел. Упорядоченность поля рациональных чисел. Модель аксиоматической теории рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

Тема 4. Система действительных чисел

Последовательности в линейно упорядоченных полях. Фундаментальность, сходимость, ограниченность, эквивалентность последовательностей и их свойства.

Аксиоматическая теория действительных чисел. Построение поля действительных чисел. Представимость действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. Существование корня из положительного числа в поле действительных чисел. Представимость действительного числа систематической дробью. Непрерывность поля действительных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории действительных чисел.

Тема 5. Алгебра комплексных чисел

Аксиоматическая теория комплексных чисел. Представимость комплексного числа в алгебраической форме. Упорядоченность аддитивной группы кольца комплексных чисел и невозможность линейного упорядочения поля комплексных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории комплексных чисел.

Тема 6. Линейные алгебры

Линейные алгебры конечного ранга над полем. Алгебры с делением. Гиперкомплексные системы. Отсутствие гиперкомплексных систем ранга три. Тело кватернионов - линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

###### **4.1.2. Письменная работа. Тема 6. Линейные алгебры**

#### 4.1.2.1. Порядок проведения.

Письменная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдается преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

#### 4.1.2.2 Критерии оценивания

##### 26-30 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Проявил высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 21-25 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Проявлен хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 17-20 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Проявлен удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 0-16 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил менее чем наполовину. Проявлен неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.2.3. Содержание оценочного средства

Вариант 1.

1. Является ли кольцом (полем) система  $\langle Q, \oplus, \otimes \rangle$  с операциями  $a \oplus b = a + b$ ,  $a \otimes b = 2ab$ ,  $a, b \in Q$ ?
2. На множестве  $M = \{x^2 \mid x \in Q^+\}$  задано отношение  $\rho: x^2 \rho y^2 \Leftrightarrow x \leq y$ . Доказать, что  $\rho$  – отношение линейного нестрогого порядка, монотонное относительно умножения.
3. Доказать, что для любых натуральных  $n$  имеет место  $(7^n + 3n - 1) \vdots 9$ .
4. Докажите, что отображение  $f$  является изоморфизмом  $\langle R, +, \cdot \rangle$  на  $\langle R, *, \circ \rangle$ , если  $f(x) = 3x - 1$ ,  $a * b = a + b + 1$ ,  $a \circ b = \frac{1}{3}(ab + a + b - 2)$ .

Вариант 2.

1. На множестве  $Q$  задана бинарная операция:  $a * b = a + kb$ ,  $a, b \in Q$ , где  $k$  – фиксированное число. При каких  $k$  операция  $*$ : а) ассоциативна? б) коммутативна? в) имеет нейтральный элемент?
2. На множестве  $M = \{3^x \mid x \in Z\}$  задано бинарное отношение  $\rho: 3^x \rho 3^y \Leftrightarrow (x - y) \vdots 3$ . Доказать, что  $\rho$  является отношением эквивалентности, монотонным относительно умножения, и построить фактор множество  $M / \rho$ .
3. Дано:  $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$ ,  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 3$ . Доказать, что  $a_n = 2^n + 1$ .
4. Докажите, что отображение  $f$  является изоморфизмом  $\langle R, +, \cdot \rangle$  на  $\langle R, *, \circ \rangle$ , если  $f(x) = 2x + 1$ ,  $a * b = a + b - 1$ ,  $a \circ b = \frac{1}{2}(ab - a - b + 3)$ .

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрен зачет. Зачет проходит по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. Зачет проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

##### 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

###### 4.2.1.1. Порядок проведения.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов дисциплины

**17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**4.2.1.3. Оценочные средства.**

**Вопросы для устного или письменного ответа**

1. Аксиоматические теории.
2. Аксиомы Пеано.
3. Сложение натуральных чисел.
4. Умножение натуральных чисел.
5. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.
6. Независимость аксиом Пеано.
7. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел.
8. Упорядоченные группы и кольца.
9. Формулировка аксиоматической теории целых чисел.
10. Свойства целых чисел.
11. Категоричность аксиоматической теории целых чисел.
12. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
13. Формулировка аксиоматической теории рациональных чисел.
14. Свойства рациональных чисел.
15. Категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.
16. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
17. Последовательности элементов линейно упорядоченного поля.
18. Свойства последовательностей элементов линейно упорядоченного поля.
19. Свойства последовательностей архимедовски линейно упорядоченного поля.
20. Формулировка аксиоматической теории действительных чисел.
21. Свойства действительных чисел.
22. Категоричность аксиоматической теории действительных чисел.
23. Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.
24. Формулировка аксиоматической теории комплексных чисел.
25. Свойства комплексных чисел.
26. Категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.
27. Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.
28. Тело кватернионов.

**4.2.2. Решение задач**

**4.2.2.1. Порядок проведения.**

Предлагаются задачи на проверку умений проводить практические расчеты, анализировать полученные результаты; правильно формировать выводы и заключения.

**4.2.2.2. Критерии оценивания.**

**26-30 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**0-16 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

**4.2.2.3. Оценочные средства.**

1. Определим, что  $2=1+1, 3=2+1, \dots, 9=8+1$ . Докажите, что  $2+3=5, 2 \cdot 3=6$ .
2. Доказать закон Архимеда:  $\forall a, b \in \mathbb{N} \exists c \in \mathbb{N} bc > a$ .
3. Доказать, что  $a + 1$  непосредственно следует за  $a$  на множестве натуральных чисел.
4. Доказать, что 2 не делит 1 на множестве  $\mathbb{N}$ .
5. Доказать, что  $\langle \mathbb{N}, \cdot, \dot{\cdot} \rangle$  – нестрогое, частично упорядоченная полугруппа.
6. Доказать, что для любого натурального числа  $n$  имеет место  $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n+1) = n(n+1)^2$ .
7. Доказать, что для любого натурального числа  $n$  имеет место  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$ .
8. Доказать, что отношение  $a \equiv b \Leftrightarrow (a-b):5$  является отношением эквивалентности в  $\mathbb{Z}$ . Описать классы эквивалентности.
9. Является ли бинарное отношение  $\rho = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x^2 = y^2\}$  отношением эквивалентности?
10. Является ли бинарное отношение  $\rho = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, xy > 0\}$  отношением эквивалентности?
11. Является ли бинарное отношение  $\rho = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + 4x = y^2 + 4y\}$  а) отношением порядка? б) отношением эквивалентности?
12. Является ли бинарное отношение  $\rho = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, x^2 \dot{\cdot} y^2\}$  а) отношением эквивалентности? б) отношением порядка?
13. Доказать, что мультипликативную полугруппу целых чисел нельзя линейно упорядочить.
14. Доказать, что кольцо целых чисел дискретно, т.е. для любого целого числа существует соседние с ним предыдущее и следующее целое число.
15. Является ли группой множество  $R_0$  ненулевых действительных чисел относительно операции  $\otimes$ :  

$$a \otimes b = \frac{1}{2} ab$$
 ?
16. Является ли множество  $K = \left\{ \frac{x}{2^n} | x, n \in \mathbb{Z}, n \geq 0 \right\}$  кольцом относительно операций сложения и умножения чисел?
17. Вычислите  $\sqrt[7]{\frac{(-1+i\sqrt{3})^5(2-2i)^3}{(1-i\sqrt{3})^3}}$ .
18. Доказать, что аддитивная группа комплексных чисел линейно и строго упорядочена относительно отношения  $a+bi > c+di \Leftrightarrow a > c \vee a = c \wedge b > d$ .
19. В множестве действительных чисел из  $A=[0; 1]$  определена операция:  $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$ . Покажите, что  $A$  замкнуто относительно указанной операции и образует полугруппу. Докажите, что сравнение чисел по величине в  $A$  монотонно относительно этой операции.
20. Докажите, что отображение  $f$  является изоморфизмом  $\langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle$  на  $\langle \mathbb{R}, *, \bullet \rangle$  если:  $f: x \rightarrow 2x+1$ ,  

$$a * b = a + b - 1, \quad a \bullet b = \frac{1}{2}(ab - a - b + 3)$$
.
21. Докажите, что формулы  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  для алгебры кватернионов не верны.

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

**Основная литература:**

1. Крылов, П.А. Задачи и упражнения по основам общей алгебры : учеб. пособие / П.А. Крылов, А.А. Туганбаев, А.Р. Чехлов. - 2-е изд., стер. - Москва: Флинта, 2017. - 208 с. - ISBN 978-5-9765-1507-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1034591>
2. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. - 5-е изд., стер.- Москва : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1034573>
3. Новак, Е. Высшая математика. Алгебра: Учебное пособие / Новак Е., Рязанова Т.В., Новак И., - 2-е изд., стер. - Москва :Флинта, Изд-во Урал. ун-та, 2017. - 116 с. ISBN 978-5-9765-3189-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/951017>
4. Смолин, Ю. Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю. Н. Смолин. - 3-е изд., стер. - Москва : Флинта, 2021. - 112 с. - ISBN 978-5-9765-0794-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1233257>
5. Шеина, Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 : учеб. пособие / Г. В. Шеина. - Москва : МПГУ, 2014. - 100 с. - ISBN 978-5-4263-0158-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/756157>

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Office Professional Plus 2010

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»