

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 18.02.2026 10:48:17  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15aca35fed31917116e7756

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал) КФУ



**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора по  
образовательной деятельности

С.Ю. Бахвалов

« 19 » 05 2025 г.

МП



**Программа дисциплины (модуля)**  
*Исследование операций и методы оптимизации*

Направление подготовки/специальность: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший преподаватель, к.н. Анисимова Э.С. (Кафедра математики и прикладной информатики).

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3	Способен проектировать и управлять IT-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.1.	Знать способы проектирования и управления IT-проектами, технологии тестирования компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.2.	Уметь проектировать и управлять IT-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных
ПК-3.3.	Владеть способностью проектировать и управлять IT-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций.

Должен уметь:

рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным методом.

Должен владеть:

способностью рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел " Б1.В.02.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 23.03.01 Технология транспортных процессов и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.  
Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 10 часа(ов), в том числе лекции - 4 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 6 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 58 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 4 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)	Самостоятельная работа
		Р		

			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия дисциплины	5	0	0	0	10
2.	Тема 2. Основы линейного программирования	5	1	0	1	10
3.	Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования	5	1	0	1	10
4.	Тема 4. Теория двойственности	5	1	0	2	10
5.	Тема 5. Решение задач целочисленного программирования	5	1	0	1	10
6.	Тема 6. Решение задач нелинейного программирования	5	0	0	1	8
	Итого		4	0	6	58

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Основные понятия дисциплины

Предмет исследования операций и методы оптимизации. Основные понятия и определения. Классификация и математическое моделирование задач исследования операций. Экономико-математические модели задач исследования операций

##### Тема 2. Основы линейного программирования

Формы записи и классификация задач линейного программирования (ЗЛП). Графический метод решения стандартной задачи. Исследование и нахождение решения основной ЗЛП. Свойства задач линейного программирования

##### Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования

Симплекс-метод (метод последовательного улучшения плана). Особые случаи симплекс-метода. Табличный симплекс-метод. Понятие об М-методе (методе искусственного базиса)

##### Тема 4. Теория двойственности

Экономическая интерпретация задачи, двойственной задаче об использовании ресурсов. Виды математических моделей двойственных задач. Нахождение решения двойственной задачи по решению исходной

##### Тема 5. Решение задач целочисленного программирования

Методы отсечения. Метод Гомори. Решение задач целочисленного программирования методом ветвей и границ (МВГ). Анализ устойчивости оптимального решения ЗЛП

##### Тема 6. Решение задач нелинейного программирования

Классификация задач оптимизации и аналитических методов решения нелинейных задач. Графический метод для нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Решение экономических задач методами нелинейного программирования. Модели выпуклого программирования

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий основной и дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- On-line учебник по теме "Линейное программирование". - <http://www.mathhelp.spb.ru/lp.htm>  
 Учебное пособие по теме "Введение в линейное программирование" - <http://ecocyb.narod.ru/217-220/begin.htm>  
 MOOK на Stepik «Введение в программирование (C++)» - <https://stepik.org/course/363/promo?auth=registration>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
лабораторные работы	Для успешного выполнения лабораторных работ требуется изучить материал лекций. Приступать к выполнению лабораторной работы можно после предварительного прочтения теоретического материала. Выполнение следует проводить, руководствуясь порядком работы. Успешное выполнение лабораторной работы означает, что студент выполнил основную работу, а также ответил на вопросы или выполнил дополнительные задания.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов по дидактической сути представляет собой комплекс условий обучения, организуемых преподавателем и направленных на самоподготовку учащихся. Учебная деятельность протекает без непосредственного участия преподавателя и заключается в проработке лекционного материала, подготовке к устному опросу и тестированию, к лабораторным и практическим занятиям; изучении учебной литературы из основного и дополнительного списка.
зачет	Зачет по курсу проводится по билетам. При подготовке к зачету необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. На зачете студенту предлагается билет, в котором три вопроса, последний из которых носит практический характер. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по

**дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория № 82 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 48 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 2 шт. Трибуна 1 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска EliteBoard WR-84A10 1 шт. Ноутбук ICL P155 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 61 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы. Комплект мебели (посадочных мест) 30 шт. Компьютерный класс: компьютеры Lenovo Thinkcentre m920x 18 шт. Мониторы Thinkcentre TIO24GEN3 18 шт. Интерактивная панель 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 23.03.01 "Технология транспортных процессов" и профилю подготовки " Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине**  
*Б1.В.02.06 Исследование операций и методы оптимизации*

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов  
Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: заочное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
    - 4.1.1. Лабораторные работы
      - 4.1.1.1. Порядок проведения.
      - 4.1.1.2 Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Тестирование
      - 4.1.2.1. Порядок проведения.
      - 4.1.2.2 Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации (зачет)
    - 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
      - 4.2.1.1. Порядок проведения.
      - 4.2.1.2. Критерии оценивания.
      - 4.2.1.3. Оценочные средства.
    - 4.2.2. Практическое задание
      - 4.2.2.1. Порядок проведения.
      - 4.2.2.2. Критерии оценивания.
      - 4.2.2.3. Оценочные средства.

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ПК-3 - Способен проектировать и управлять ИТ-проектами, осуществлять тестирование компонентов информационных систем, в том числе интеллектуальных	<p>Знать рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций.</p> <p>Уметь рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным методом.</p> <p>Владеть способностью рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Текущий контроль:</b> Лабораторные работы по темам Тема 2. Основы линейного программирования Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования Тема 4. Теория двойственности Тема 5. Решение задач целочисленного программирования Тема 6. Решение задач нелинейного программирования</p> <p>Тестирование по темам Тема 1. Основные понятия дисциплины Тема 2. Основы линейного программирования Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования Тема 4. Теория двойственности Тема 5. Решение задач целочисленного программирования Тема 6. Решение задач нелинейного программирования</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> <i>Зачёт</i></p>

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично)	Средний уровень (хорошо)	Низкий уровень (удовлетворительно)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно)
ПК-3	Знает рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций	Знает основные рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций, допуская незначительные ошибки в рассуждениях и выводах	Знает отдельные рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций, допуская типичные ошибки в рассуждениях и выводах	Не знает рациональные способы применения естественнонаучных знаний, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, теоретические основы методов и моделей исследования операций
	Умеет рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным методом.	Умеет рационально применять естественнонаучные знания, основные методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным методом,	Умеет рационально применять естественнонаучные знания, отдельные методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным	Не умеет рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности, решать задачи линейного программирования графическим и симплексным методом.

	допуская незначительные ошибки в выборе рациональных методов.	методом, о, допуская типичные ошибки в рассуждениях и выводах	
Владеет способностью рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности	Владеет способностью рационально применять естественнонаучные знания, основные методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности, допуская незначительные ошибки в выборе рациональных методов	Владеет способностью рационально применять естественнонаучные знания, отдельные методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности, допуская типичные ошибки в рассуждениях и выводах	Не владеет способностью рационально применять естественнонаучные знания, методы теоретического и экспериментального исследования, методы исследования операций в профессиональной деятельности

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

#### Текущий контроль:

Лабораторные работы по темам

Тема 2. Основы линейного программирования

Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования

Тема 4. Теория двойственности

Тема 5. Решение задач целочисленного программирования

Тема 6. Решение задач нелинейного программирования

Тестирование по темам

Тема 1. Основные понятия дисциплины

Тема 2. Основы линейного программирования

Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования

Тема 4. Теория двойственности

Тема 5. Решение задач целочисленного программирования

Тема 6. Решение задач нелинейного программирования

Выполнение каждого оценочного средства оценивается по шкале: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Общая оценка за текущий контроль представляет собой среднее значение между полученными оценками за все оценочные средства.

#### Промежуточная аттестация – зачёт.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий зачет обеспечивает случайное распределение вариантов зачетных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете.

Зачет проводится по билетам. В каждом билете два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Выполнение каждого задания за промежуточную аттестацию оценивается по шкале: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Общая оценка за промежуточную аттестацию представляет собой среднее значение между полученными оценками за все оценочные средства промежуточной аттестации.

В случае невозможности установления среднего значения оценки за промежуточную аттестацию (например, «хорошо» или «отлично»), итоговая оценка выставляется экзаменатором, исходя из принципа справедливости и беспристрастности на основании общего впечатления о качестве и добросовестности освоения обучающимся дисциплины (модуля).

Виды оценок:

Для зачета:

Зачтено

Не зачтено

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Лабораторные работы

Тема 2. Основы линейного программирования

Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования

Тема 4. Теория двойственности

Тема 5. Решение задач целочисленного программирования

Тема 6. Решение задач нелинейного программирования

#### 4.1.1.1. Порядок проведения.

Лабораторные работы проводятся в часы аудиторной работы.

Перед выполнением каждой работы студенты-бакалавры должны проработать соответствующий материал, используя конспекты теоретических занятий, периодические издания, учебно-методические пособия и учебники.

По окончании занятий студенты оформляют отчет по каждой работе, соблюдая следующую форму:

- Наименование темы;
- Цель работы;
- Задание и содержание выполненной работы,
- Письменные ответы на контрольные вопросы.
- Выводы по проделанной работе.
- Список использованных источников.

#### 4.1.1.2 Критерии оценивания

##### Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Продемонстрировал высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задания выполнил менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.1.3. Содержание оценочного средства

Темы 2-6

### Лабораторная работа №1

#### Графическое решение задачи линейного программирования

Решите графически следующие задачи.

1. Фирма выпускает платья двух моделей А и В. При этом используется ткань трех видов. На изготовление одного платья модели А требуется 2 м ткани первого вида, 1 м ткани второго вида, 2 м ткани третьего вида. На изготовление одного платья модели В требуется 3 м ткани первого вида, 1 м ткани второго вида, 2 м ткани третьего вида. Запасы ткани первого вида составляют 21 м, второго вида - 10 м, третьего вида - 16 м. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 400 д.ед., одного изделия типа В - 300 д.ед.

Составьте план производства, обеспечивающий фирме наибольший доход.

2. При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. питательного вещества  $S_1$ , не менее 8 ед. вещества  $S_2$  и не менее 12 ед. вещества  $S_3$ . Для составления рациона используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого корма и стоимость корма приведены в таблице:

Питательное вещество	Содержание питательных веществ в 1 кг корма (ед.)	
	Корм 1	Корм 2
$S_1$	3	1
$S_2$	1	2
$S_3$	1	6
Стоимость 1 кг корма (д.ед.)	4	6

Составьте дневной рацион нужной питательности, минимизировав денежные затраты на этот рацион.

3. Решите графически задачу линейного программирования. Найдите максимальное и минимальное значение целевой функции.

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max (\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \end{cases}$$

где  $x_1, x_2 \geq 0$ .

## Лабораторная работа №2

### Симплексный метод решения задачи линейного программирования

Решите симплексным методом следующие задачи.

1.  $F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 8, \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = \overline{1,5}$ .

2.  $F = x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5, \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = \overline{1,5}$ .

## 5 семестр

### Лабораторная работа №3

Решение одноиндексных задач линейного программирования с использованием Microsoft Excel

Для того чтобы решить задачу ЛП в табличном редакторе Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия.

1 Ввести условие задачи:

создать экранную форму для ввода условия задачи:

- переменных,
- целевой функции (ЦФ),
- ограничений,
- граничных условий;

ввести исходные данные в экранную форму:

- коэффициенты ЦФ,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

ввести зависимости из математической модели в экранную форму:

- формулу для расчета ЦФ,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

задать ЦФ (в окне «Поиск решения»):

- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

ввести ограничения и граничные условия (в окне «Поиск решения»):

- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2 Решить задачу:

а) установить параметры решения задачи (в окне «Поиск решения»);

- b) запустить задачу на решение (в окне «Поиск решения»);  
 c) выбрать формат вывода решения (в окне «Результаты поиска решения»).

## ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ОДНОИНДЕКСНОЙ ЗАДАЧИ ЛП

Рассмотрим пример нахождения решения для следующей одноиндексной задачи ЛП:

$$L(X) = 130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} -1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 756, \\ -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \geq 450, \\ 4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4 \leq 89, \\ x_j \geq 0; j = \overline{1,4}. \end{cases} \quad (1.1)$$

## ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Создание экранной формы и ввод в нее условия задачи

Экранная форма для ввода условий задачи (1.1) вместе с введенными в нее исходными данными представлена на рис. 1.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение							
4	Нижн. гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5						Значение	Направл.	
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8		max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4		=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1		>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13		<=	89
13								

Рис. 1.1. Экранная форма задачи (1.1) (курсор в ячейке F6)

В экранной форме на рис. 1.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи (1.1) соответствуют ячейки B3 ( $x_1$ ), C3 ( $x_2$ ), D3 ( $x_3$ ), E3 ( $x_4$ ), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки B6 ( $c_1 = 130,5$ ), C6 ( $c_2 = 20$ ), D6 ( $c_3 = 56$ ), E6 ( $c_4 = 87,8$ ), правым частям ограничений соответствуют ячейки H10 ( $b_1 = 756$ ), H11 ( $b_2 = 450$ ), H12 ( $b_3 = 89$ ) и т.д.

Ввод зависимостей из математической модели в экранную форму

### Зависимость для ЦФ

В ячейку F6, в которой будет отображаться значение ЦФ, необходимо ввести формулу, по которой это значение будет рассчитано. Согласно (1.1) значение ЦФ определяется выражением

$$130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4. \quad (1.2)$$

Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel (см. рис. 1.1), формулу для расчета ЦФ (1.2) можно записать как сумму произведений каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (B3, C3, D3, E3), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов ЦФ (B6, C6, D6, E6), то есть

$$B6 \times B3 + C6 \times C3 + D6 \times D3 + E6 \times E3. \quad (1.3)$$

Чтобы задать формулу (1.3) необходимо в ячейку F6 ввести следующее выражение и нажать клавишу «Enter»

$$=\text{СУММПРОИЗВ}(B\$3:E\$3;B6:E6), \quad (1.4)$$

где символ \$ перед номером строки 3 означает, что при копировании этой формулы в другие места листа

Excel номер строки 3 не изменится;

символ: означает, что в формуле будут использованы все ячейки,

расположенные между ячейками, указанными слева и справа от двоеточия (например, запись B6:E6 указывает на ячейки B6, C6, D6 и E6). После этого в целевой ячейке появится 0 (нулевое значение) (рис. 1.2).

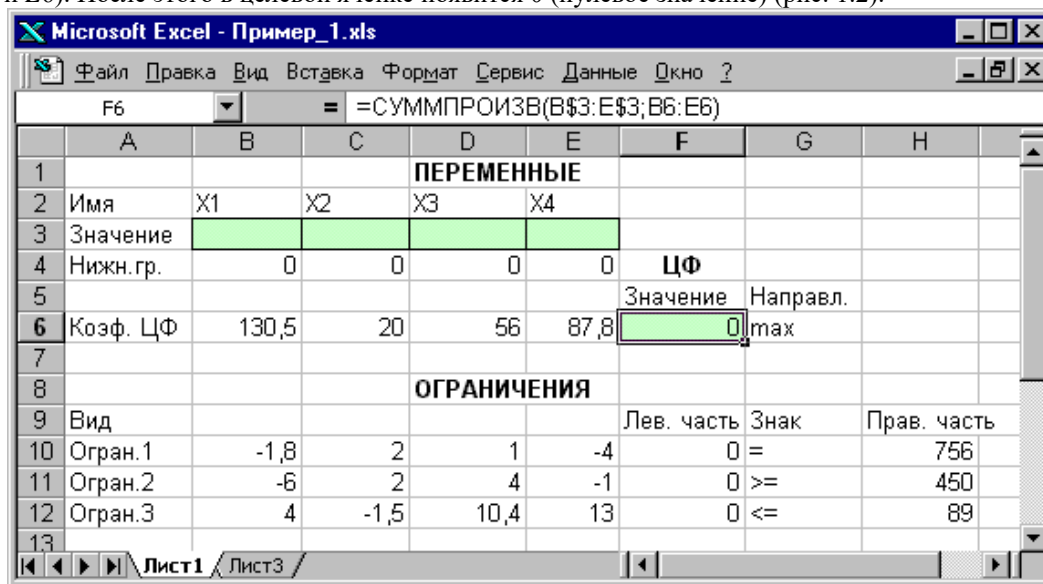


Рис. 1.2. Экранная форма задачи (1.1) после ввода всех необходимых формул (курсор в ячейке F6)

Примечание 1.1. Существует другой способ задания функций в Excel с помощью режима «Вставка функций», который можно вызвать из меню

«Вставка» или при нажатии кнопки «fx» на стандартной панели инструментов. Так, например, формулу (1.4) можно задать следующим образом:

- курсор в поле F6;
- нажав кнопку «fx», вызовите окно «Мастер функций – шаг 1 из 2»;
- выберите в окне «Категория» категорию «Математические»;
- в окне «Функция» выберите функцию СУММПРОИЗВ;
- в появившемся окне «СУММПРОИЗВ» в строку «Массив 1» введите выражение B\$3:E\$3, а в строку «Массив 2» – выражение B6:E6 (рис. 1.3);
- после ввода ячеек в строки «Массив 1» и «Массив 2» в окне «СУММПРОИЗВ» появятся числовые значения введенных массивов (см. рис. 1.3), а в экранной форме в ячейке F6 появится текущее значение, вычисленное по введенной формуле, то есть 0 (так как в момент ввода формулы значения переменных задачи нулевые).

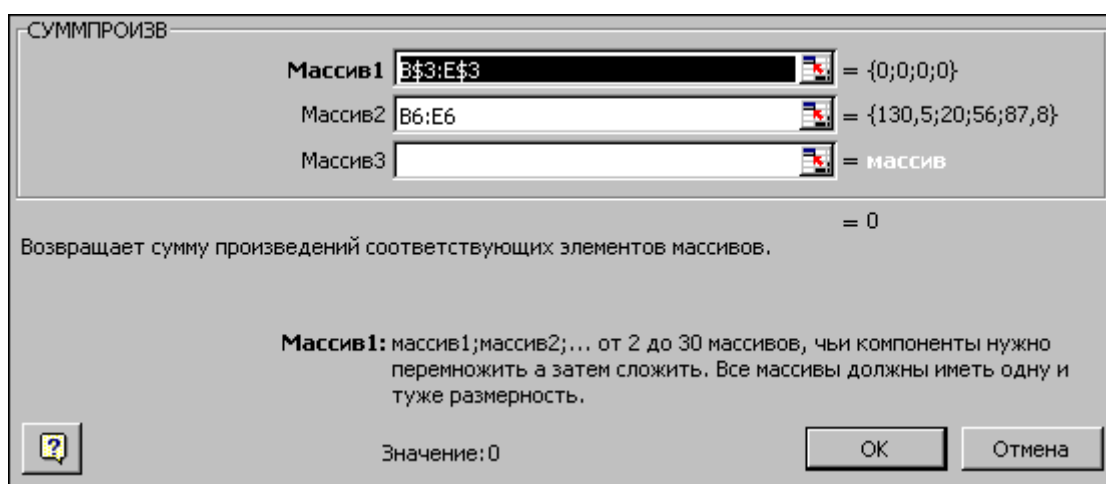


Рис. 1.3. Ввод формулы для расчета ЦФ в окно «Мастер функций»

### Зависимости для левых частей ограничений

Левые части ограничений задачи (1.1) представляют собой сумму произведений каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи ( $B3, C3, D3, E3$ ), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкретного ограничения ( $B10, C10, D10, E10$  – 1-е ограничение;  $B11, C11, D11, E11$  – 2-е ограничение и  $B12, C12, D12, E12$  – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Формулы, описывающие ограничения модели (1.1)

Левая часть ограничения	Формула Excel
$-1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4$ или $B10 \times B3 + C10 \times C3 + D10 \times D3 + E10 \times E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B10:E10)
$-6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4$ или $B11 \times B3 + C11 \times C3 + D11 \times D3 + E11 \times E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B11:E11)
$4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4$ или $B12 \times B3 + C12 \times C3 + D12 \times D3 + E12 \times E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B12:E12)

Как видно из табл. 1.1, формулы, задающие левые части ограничений задачи (1.1), отличаются друг от друга и от формулы (1.4) в целевой ячейке  $F6$  только номером строки во втором массиве. Этот номер определяется той строкой, в которой ограничение записано в экранной форме. Поэтому для задания зависимостей для левых частей ограничений достаточно скопировать формулу из целевой ячейки в ячейки левых частей ограничений. Для этого необходимо:

- поместить курсор в поле целевой ячейки  $F6$  и скопировать в буфер содержимое ячейки  $F6$  (клавишами «Ctrl-Insert»);
- поместить курсор поочередно в поля левой части каждого из ограничений, то есть в  $F10, F11$  и  $F12$ , и вставлять в эти поля содержимое буфера (клавишами «Shift-Insert») (при этом номер ячеек во втором массиве формулы будет меняться на номер той строки, в которую была произведена вставка из буфера);
- на экране в полях  $F10, F11$  и  $F12$  появится 0 (нулевое значение) (см. [рис. 1.2](#)).

### ПРОВЕРКА ПРАВИЛЬНОСТИ ВВЕДЕНИЯ ФОРМУЛ

Для проверки правильности введенных формул производите поочередно двойное нажатие левой клавиши мыши на ячейки с формулами. При этом на экране рамкой будут выделяться ячейки, используемые в формуле (рис. 1.4 и 1.5).

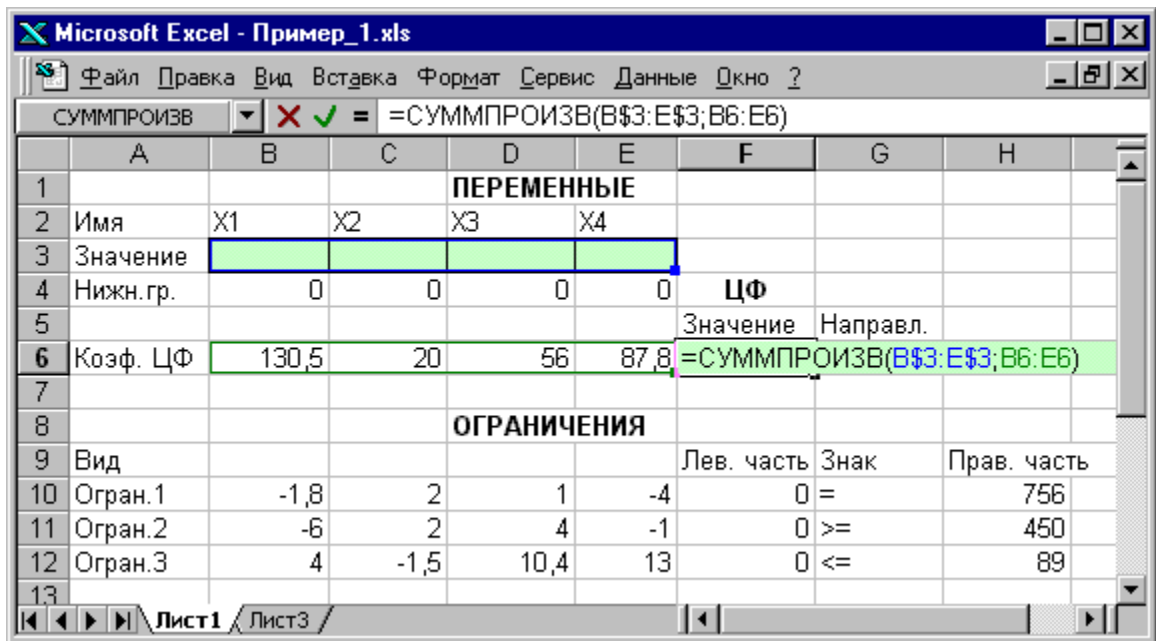


Рис. 1.4. Проверка правильности введения формулы в целевую ячейку F6

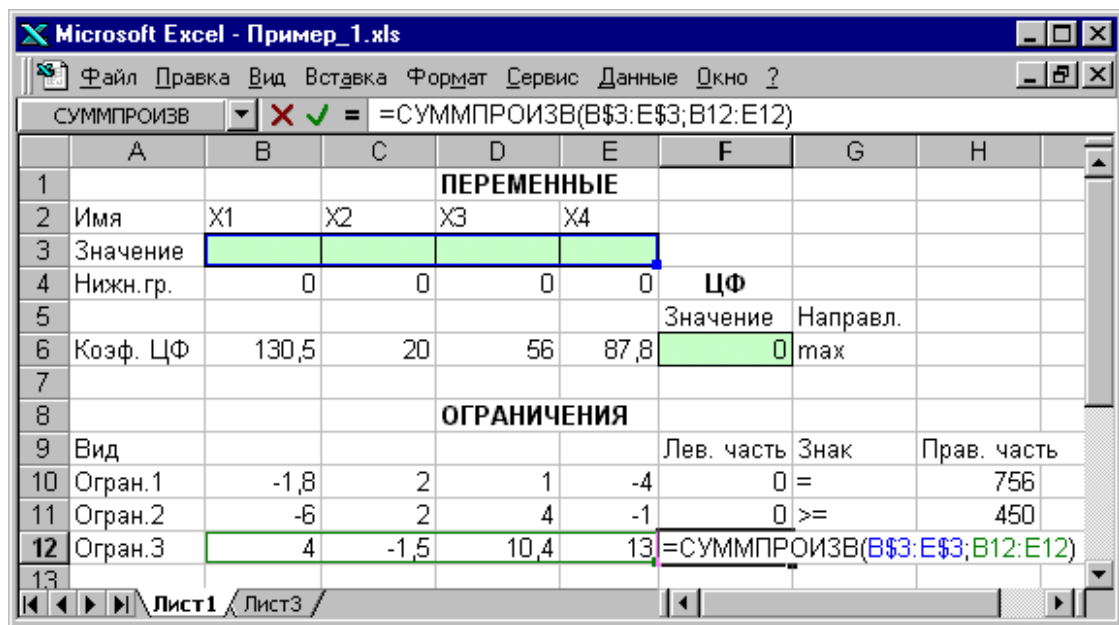


Рис. 1.5. Проверка правильности введения формулы в ячейку F12 для левой части ограничения 3

### Задание целевой функции

Дальнейшие действия производятся в окне «Поиск решения», которое вызывается из меню «Сервис» (рис.

1.6):

- поставьте курсор в поле «Установить целевую ячейку»;
- введите адрес целевой ячейки  $\$F\$6$  или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме - это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;
- введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке «максимальному значению».

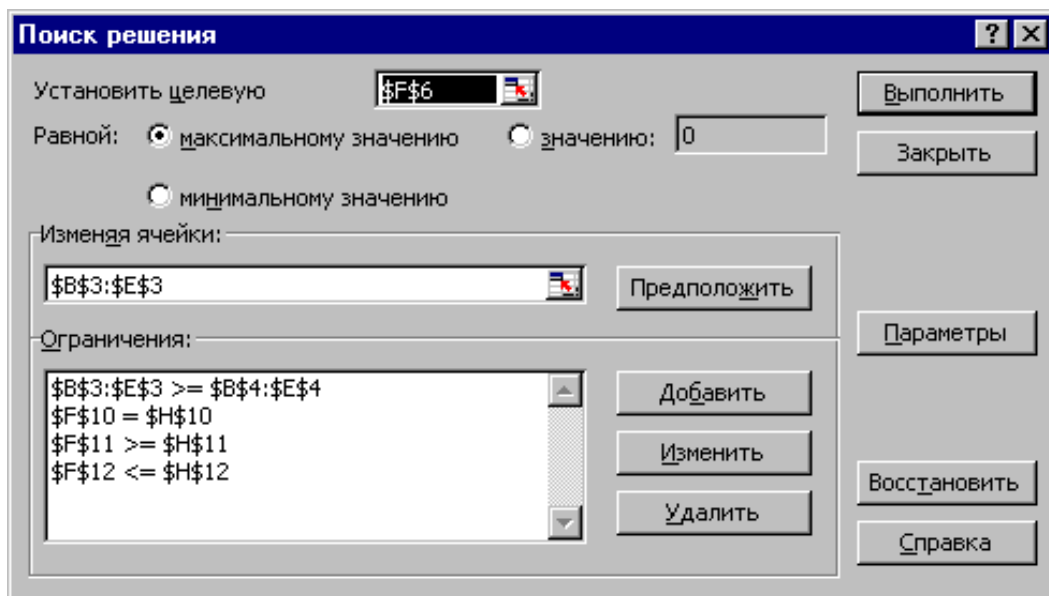


Рис. 1.6. Окно «Поиск решения» задачи (1.1)

*Ввод ограничений и граничных условий Задание ячеек переменных*

В окно «Поиск решения» в поле «Изменяя ячейки» впишите адреса  $BS3:ES3$ . Необходимые адреса можно вносить в поле «Изменяя ячейки» и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

*Задание граничных условий для допустимых значений переменных*

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. [рис. 1.1](#)).

- Нажмите кнопку «Добавить», после чего появится окно «Добавление ограничения» (рис.1.7).
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адреса ячеек переменных  $BS3:ES3$ . Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.
- В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите  $\geq$ .
- В поле «Ограничение» введите адреса ячеек нижней границы значений переменных, то есть  $BS4:ES4$ . Их также можно ввести путем выделения мышью непосредственно в экранной форме.

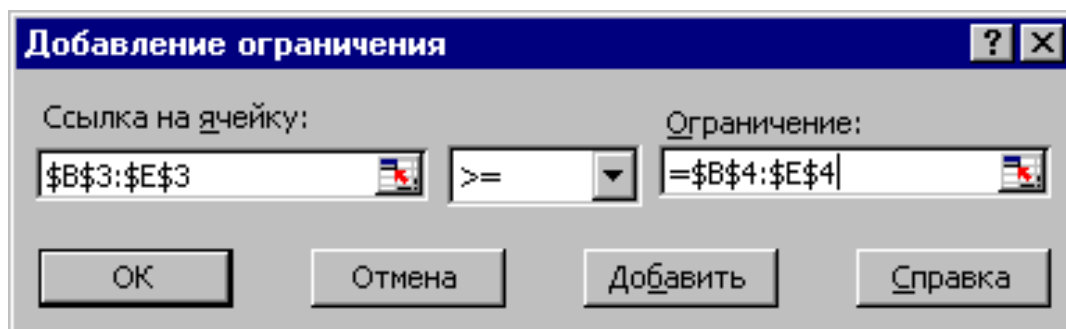


Рис. 1.7. Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1.1)

*Задание знаков ограничений  $\leq, \geq, =$*

- Нажмите кнопку «Добавить» в окне «Добавление ограничения».
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например  $FS10$ . Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.
- В соответствии с условием задачи (1.1) выбрать в поле знака необходимый знак, например  $=$ .
- В поле «Ограничение» введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например  $HS10$ .
- Аналогично введите ограничения:  $FS11 \geq HS11$ ,  $FS12 \leq HS12$ .
- Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки ОК.

Окно «Поиск решения» после ввода всех необходимых данных задачи (1.1) представлено на [рис.](#)

## 1.6.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки «Изменить» или «Удалить» (см. [рис. 1.6](#)).

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

### Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне «Поиск решения». Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку «Параметры» и заполнить некоторые поля окна «Параметры поиска решения» (рис. 1.8).

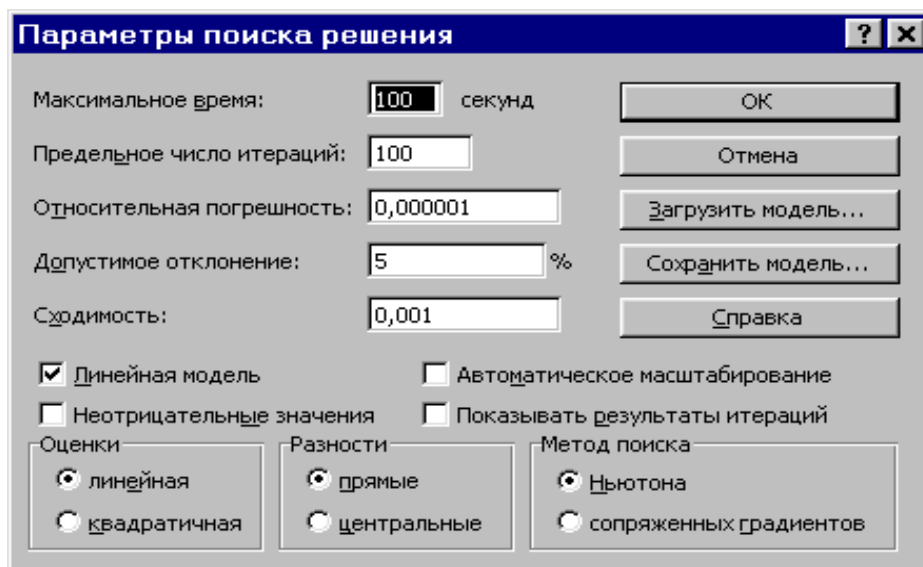


Рис. 1.8. Параметры поиска решения, подходящие для большинства задач ЛП. Параметр «Максимальное время» служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр «Предельное число итераций» служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр «Относительная погрешность» служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем *меньше* количество десятичных знаков во введенном числе, тем *ниже* точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр «Допустимое отклонение» служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр «Сходимость» применяется только при решении нелинейных задач.

Установка флажка «Линейная модель» обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки «ОК».

### Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна «Поиск решения» путем нажатия кнопки «Выполнить».

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно

«Результаты поиска решения» с одним из сообщений, представленных на рис. 1.9, 1.10 и 1.11.

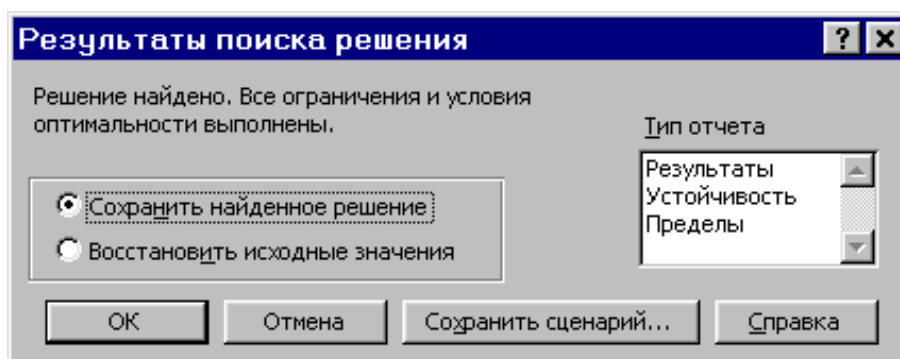


Рис. 1.9. Сообщение об успешном решении задачи

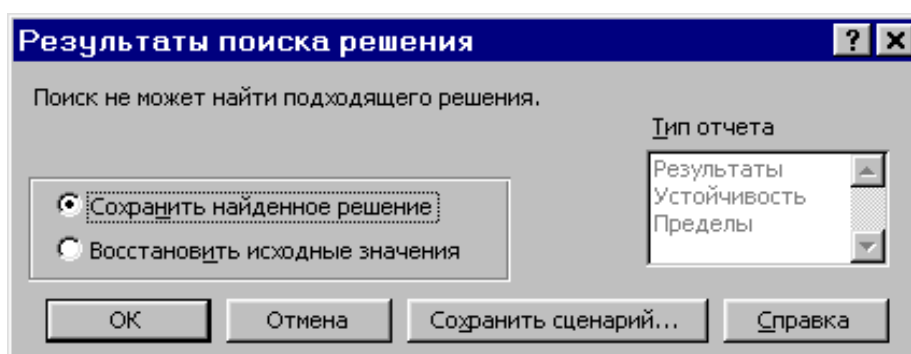


Рис. 1.10. Сообщение при несовместной системе ограничений задачи

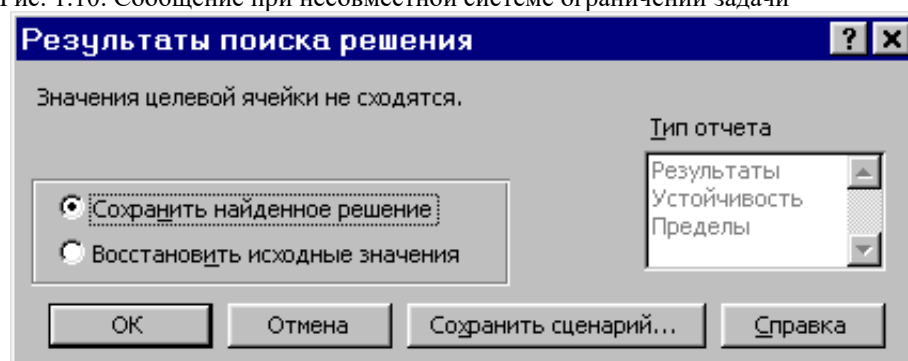


Рис. 1.11. Сообщение при неограниченности ЦФ в требуемом направлении

Иногда сообщения, представленные на [рис. 1.10](#) и [1.11](#), свидетельствуют не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены ошибки, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует.

Если при решении задачи ЛП выдается сообщение о невозможности нахождения решения, то возможно, что причина заключается в ошибках ввода условия задачи в Excel. Поэтому, прежде чем делать вывод о принципиальной невозможности нахождения оптимального решения задачи, проверьте: не было ли допущено ошибок по ходу выполнения задания?

В том случае, когда при заполнении полей окна «Поиск решения» были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра «Относительная погрешность» не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне «Результаты поиска решения» представлены названия трех типов отчетов: «Результаты», «Устойчивость», «Пределы». Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность. Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку «ОК». После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи (рис. 1.12).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение	100,661	546,444	0	38,925			
4	Нижн.гр.	0	0	0	0			
5						ЦФ		
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	Значение	Направл.	
						27482,714	max	
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	756	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	450	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	89	<=	89

Рис. 1.12. Экранная форма задачи (1.1) после получения решения  
**ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

Допустим, что к условию задачи (1.1) добавилось требование целочисленности значений всех переменных. В этом случае описанный выше процесс ввода условия задачи необходимо *дополнить* следующими шагами.

- В экранной форме укажите, на какие переменные накладывается требование целочисленности (этот шаг делается для наглядности восприятия условия задачи) (рис. 1.13).
- В окне «Поиск решения» (меню «Сервис»®«Поиск решения»), нажмите кнопку «Добавить» и в появившемся окне «Добавление ограничений» введите ограничения следующим образом (рис. 1.14):
  - в поле «Ссылка на ячейку» введите адреса ячеек переменных задачи, то есть \$B\$3:\$E\$3;
  - в поле ввода знака ограничения установите «целое»;
  - подтвердите ввод ограничения нажатием кнопки «ОК».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение	100	546	0	39			
4	Нижн.гр.	0	0	0	0			
5	Целочисл.	целое	целое	целое	целое	ЦФ		
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	Значение	Направл.	
						27394,2	max	
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	756	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	453	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	88	<=	89

Рис. 1.13. Решение задачи (1.1) при условии целочисленности ее переменных

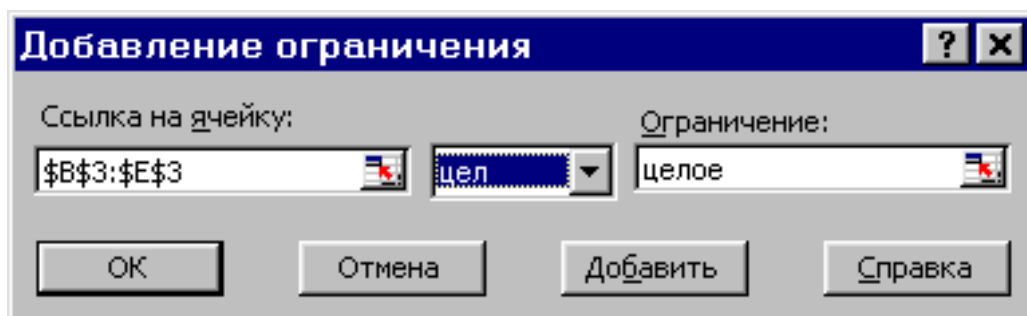


Рис. 1.14. Ввод условия целочисленности переменных задачи (1.1)

На [рис. 1.13](#) представлено решение задачи (1.1), к ограничениям которой добавлено условие целочисленности значений ее переменных.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ:**

1	$L(X) = 5x_1 + 7x_2 - 6x_3 + 9x_4 + 8x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 0,7x_1 + 0,9x_2 + 1,5x_3 + 2,3x_4 + 1,8x_5 \leq 50000, \\ 0,4x_1 + 1,1x_2 - 0,5x_3 + 1,3x_4 - 2,8x_5 \geq 32000, \\ 0,5x_1 + 1,8x_3 + 0,7x_4 + 2x_5 \leq 40000, \\ 2,2x_1 - 1,4x_2 - 0,8x_3 + 0,9x_4 = 15000, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$
2	$L(X) = x_1 + 4x_3 + 8x_4 - 12x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 250, \\ 0,4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 \leq 460, \\ 0,5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \leq 190, \\ 11x_2 - 8,5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$
3	$L(X) = -45x_1 + 65x_2 + 2x_4 - 3x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 15x_1 + 18x_2 + 34x_4 - 22x_5 = 56, \\ 2x_1 + 7x_3 - 4x_4 + 3x_5 \geq 91, \\ 0,2x_1 + 0,8x_2 + 1,5x_3 + 0,9x_4 + 4x_5 \leq 26, \\ 1,8x_1 - 42x_2 + 6,4x_3 + 3x_5 = 15, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$

Лабораторная работа № 4

**Дискретные задачи линейного программирования**

**Цель работы.**

**Изучить и применить на практике численные методы линейного программирования для дискретных задач.**

Варианты заданий Задача о назначениях:

1.	6	8	11	8	18	19	20	2.	5	6	7	8	10	11	
----	---	---	----	---	----	----	----	----	---	---	---	---	----	----	--

	7	13	10	3	4	14	18		4	18	4	7	6	7	
	5	9	6	21	12	17	22		5	4	3	6	10	4	
	5	4	11	6	13	14	11		9	10	8	9	5	13	
	17	7	12	13	16	17	9		6	8	11	12	7	8	
	13	0	8	8	10	12	17		12	4	5	6	2	5	

<b>3.</b>	13	6	10	13	8	9		<b>4.</b>	1	5	7	10	2	3	4
	9	7	11	8	12	11			8	2	5	4	7	10	1
	5	8	12	4	18	4			8	3	10	17	8	2	3
	6	9	8	5	8	5			5	6	7	10	1	3	7
	4	4	5	6	6	7			4	8	12	5	4	5	6
	8	7	4	7	3	8			10	15	1	2	5	6	7
	5	8	12	13	9	14			8	7	12	6	18	5	4

<b>5.</b>	4	5	9	5	6	14	6	<b>6.</b>	5	1	4	2	10	6	
	8	12	4	13	16	15	16		4	5	10	4	5	8	
	2	15	8	10	17	7	9		15	12	14	15	4	5	
	14	8	4	9	5	6	7		4	8	9	10	12	13	
	3	5	4	12	10	11	13		5	4	7	8	9	10	
	10	9	11	5	6	12	8		7	8	4	3	5	6	
	7	13	8	12	8	11	10		9	10	5	8	11	4	

<b>7.</b>	7	10	8	11	7	15	12	<b>8.</b>	3	5	10	7	8	10	
	1	2	5	6	10	18	4		4	6	7	4	5	6	
	8	11	9	2	16	3	6		12	13	11	6	7	8	
	5	2	5	14	3	10	5		10	4	5	8	9	4	
	8	7	6	7	13	8	14		8	7	9	5	6	7	
	6	8	17	10	11	9	5		1	3	12	1	4	5	
	15	18	5	9	12	6	10		4	10	11	13	15	16	

<b>9.</b>	8	4	5	18	6	1	9	<b>10.</b>	20	5	12	13	4	3	8
	9	5	7	2	4	8	4		9	10	11	12	13	14	
	1	10	5	6	12	9	6		8	4	5	4	6	7	
	2	4	7	13	10	8	5		10	5	7	3	4	5	
	12	3	11	9	12	10	11		3	12	13	4	6	7	
	5	13	8	2	3	12	13		9	4	8	9	6	5	
	7	6	4	18	5	6	7		11	4	3	15	4	5	

<b>11.</b>	18	4	6	7	8	11	5	<b>12.</b>	8	4	3	1	12	13	
	13	5	12	13	5	6	8		4	2	5	3	4	5	
	10	13	14	17	3	4	2		1	4	2	5	6	7	
	5	6	5	6	4	15	3		9	4	5	6	7	8	
	19	20	10	7	8	6	7		10	11	12	13	14	15	
	12	13	1	13	15	8	7		5	6	7	8	9	10	

	4	1	2	2	4	16	9		6	1	2	13	3	4	
--	---	---	---	---	---	----	---	--	---	---	---	----	---	---	--

<b>13.</b>	13	4	5	12	3	6	14	<b>14.</b>		5	2	10	3	12	
	7	1	9	4	11	2	10			7	8	9	10	12	
	12	4	7	6	8	7	4			3	4	5	6	8	
	5	4	6	1	7	8	6			2	13	4	5	6	
	8	9	9	7	10	3	5			9	4	5	6	8	
	7	4	4	5	4	3	8			4	8	7	12	13	
	15	3	3	13	5	6	16			5	1	2	3	8	

**Задача коммивояжера:**

<b>1.</b>	-	31	15	19	8	55	<b>2.</b>	-	16	13	35	41	52
	19	-	22	31	7	35		19	-	29	31	26	18
	25	43	-	53	57	16		57	51	-	44	51	7
	5	50	49	-	39	9		5	40	32	-	14	16
	24	24	33	5	-	14		33	41	28	3	-	53
	34	26	6	3	36	-		19	54	24	10	41	-

<b>3.</b>	-	39	45	2	51	33	<b>4.</b>	-	39	45	2	51	33
	4	-	29	31	26	18		30	-	20	33	40	35
	57	51	-	44	51	7		54	16	-	55	22	56
	5	40	32	-	14	16		19	36	25	-	18	43
	33	41	28	3	-	53		29	8	8	12	-	25
	19	54	24	10	41	-		16	47	31	14	8	-

<b>5.</b>	-	56	48	39	3	40	<b>6.</b>	-	41	60	39	46	10
	47	-	50	4	10	49		31	-	59	16	1	51
	48	50	-	42	19	16		29	51	-	14	42	50
	24	44	47	-	23	33		35	12	52	-	16	26
	38	17	6	51	-	26		16	39	15	60	-	57
	29	59	55	34	18	-		15	30	38	47	36	-

<b>7.</b>	-	58	28	18	2	50	<b>8.</b>	-	14	17	25	54	37
	11	-	18	47	14	49		57	-	46	19	42	6
	49	3	-	24	35	51		7	24	-	8	9	7
	1	46	50	-	45	15		13	28	30	-	56	18
	54	40	14	12	-	6		26	44	4	52	-	52
	8	58	34	27	47	-		18	5	49	14	12	-

<b>9.</b>	-	44	60	54	29	39	<b>10.</b>	-	50	33	18	5	44
	53	-	46	19	42	6		51	-	19	24	20	32
	36	7	-	37	44	3		19	23	-	42	14	25
	21	4	49	-	14	26		42	53	2	-	48	5

	15	12	38	46	–	24		27	28	31	33	–	1
	19	6	45	57	11	–		12	37	60	21	21	–

<b>11.</b>	–	21	44	18	32		<b>12.</b>	8	4	3	1	12	13	5
	9	–	35	56	47			4	2	5	3	4	5	6
	6	7	24	16	21			1	4	2	5	6	7	8
	26	37	–	7	46			9	4	5	6	7	8	9
	59	15	34	–	31			10	11	12	13	14	15	16
	3	17	51	30	–			5	6	7	8	9	10	4
								6	1	2	13	3	4	5

<b>13.</b>	–	36	51	24	11	46	<b>14.</b>	–	9	37	28	52	53
	28	–	17	46	10	20		24	–	25	48	27	48
	7	41	–	58	2	35		27	45	–	23	47	58
	25	60	45	–	55	59		2	30	16	–	8	60
	48	20	33	26	–	38		53	54	4	1	–	46
	50	27	19	14	52	–		60	12	5	50	35	–

#### Порядок выполнения работы

Лабораторная работа рассчитана на 3 часа аудиторных занятий, включающих в себя следующее:

1. Изучить теоретический материал по теме.
2. Разобрать примеры реализации.
3. Разработать алгоритм реализации задания в соответствии с вариантом.
4. Составить программу.
5. Получить и проанализировать результаты работы программы.
6. Оформить отчет о проделанной работе в соответствии с требованиями.

#### Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе распечатывается в виде твердой копии и состоит из следующих пунктов:

- Вариант индивидуального задания;
- Краткое описание метода реализации;
- Текст программы;
- Результаты работы программы;
- Анализ полученных результатов;
- Выводы о проделанной работе.

### Лабораторная работа №5. Нелинейное программирование

#### Задание к лабораторной работе

1. Изучить теоретический материал по решению задач нелинейного программирования.
2. Разработать программу, реализующую метод решения задач нелинейного программирования. Язык программирования выбрать по своему усмотрению.
3. Программа должна иметь удобный и простой в понимании пользовательский интерфейс. Предусмотреть вывод на экран промежуточных результатов. В качестве входных данных использовать математическую модель, перечисление переменных. В качестве выходных данных значения найденных переменных и значение целевой функции.
4. С помощью разработанной программы решить задачу, выбранную по варианту задания. Вариант задания выбирается по последней цифре зачетной книжки (если последняя цифра—0, то выбирается 10 вариант).

5. По результатам лабораторной работы оформить и защитить отчет.

### Варианты заданий к лабораторной работе

**Вариант 1.** Найти максимальное значение функции  $F=x_1x_2$  при условиях

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Вариант 2.** Найти минимальное значение функции

$$F = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_1 - 6)^2$$

при условиях

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Вариант 3.** Найти максимальное значение функции

$$F = 4x_1 + 3x_2$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1. \end{cases}$$

**Вариант 4.** Найти максимальное значение функции

$$F = x_1x_2$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Вариант 5.** Найти экстремумы функции

$$f = x^2 + x^2 + x$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 = 12. \end{cases}$$

**Вариант 6.** Найти экстремум функции  $f=x_1x_2x_3$  при условии

$$\begin{cases} 2x_1x_2 + x_2x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 = 8. \end{cases}$$

Вариант 7. Найти экстремумы функции  $f=x_1x_2+x_2x_3$  при условиях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 8. Найти экстремумы функции

$$f = 3x_1^2 + 2x_1 + 2x_2^2 + 4x_2x_3$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_2^2 = 19, \\ x_1 + 2x_2x_3 = 11. \end{cases}$$

Вариант 9. Найти экстремумы функции  $f=x_1x_2x_3$  при условии

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 8. \end{cases}$$

Вариант 10. Найти максимальное значение функции  $f = x_1^2x_2^3x_3^4$

при условии

$$x_1 + x_2 + x_3 = 18.$$

#### 4.1.2. Тестирование

Тема 1. Основные понятия дисциплины

Тема 2. Основы линейного программирования

Тема 3. Прикладные оптимизационные методы решения задач линейного программирования

Тема 4. Теория двойственности

Тема 5. Решение задач целочисленного программирования

Тема 6. Решение задач нелинейного программирования

##### 4.1.2.1. Порядок проведения.

Тестирование проходит в письменной форме или с использованием компьютерных средств. Обучающийся получает определённое количество тестовых заданий. На выполнение выделяется фиксированное время в зависимости от количества заданий. Оценка выставляется в зависимости от процента правильно выполненных заданий. Тестирование проводится по вариантам. В каждом варианте – 15 тестовых заданий. Ниже приведены примерные задания. Полный банк тестовых заданий хранится на кафедре.

##### 4.1.2.2 Критерии оценивания

**Оценка «отлично» ставится, если обучающийся набрал:**

86% правильных ответов и более.

**Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся набрал:**

От 71% до 85 % правильных ответов.

**Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал:**

до 70% правильных ответов.

**Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал:**

55% правильных ответов и менее.

##### 4.1.2.3. Содержание оценочного средства

**Темы 1-6**

*Формулировка задания*

1. Модель – это

1) аналог (образ) оригинала, но построенный средствами и методами

- 2) отличными от оригинала
  - 3) подобие оригинала
  - 4) копия оригинала
2. Экономико-математическая модель – это
- 1) математическое представление экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.)
  - 2) качественный анализ и интуитивное представление объектов, задач, явлений, 3) процессов экономической системы и ее параметров
  - 4) эвристическое описание экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.)
3. Метод – это
- 1) подходы, пути и способы постановки и решения той или иной задачи в
  - 2) различных областях человеческой деятельности
  - 3) описание особенностей задачи (проблемы) и условий ее решения
  - 4) требования к условиям решения той или иной задачи
4. Выберите неверное утверждение
- 1) ЭММ позволяют сделать вывод о поведении объекта в будущем
  - 2) ЭММ позволяют управлять объектом
  - 3) ЭММ позволяют выявить оптимальный способ действия
  - 4) ЭММ позволяют выявить и формально описать связи между переменными, которые характеризуют исследования
5. Задача, включающая целевую функцию  $f$  и функции  $\Phi$ , входящие в ограничения, является задачей линейного программирования, если
- 1) все  $\Phi$  и  $f$  являются линейными функциями относительно своих аргументов
  - 2) все  $\Phi$  являются линейными функциями относительно своих аргументов, а функция  $f$  – нелинейна
  - 3) функция  $f$  является линейной относительно своих аргументов, а функции  $\Phi$  – нелинейны
  - 4) только часть функций  $\Phi$  и функция  $f$  являются линейными относительно своих аргументов
6. Множество всех допустимых решений системы задачи линейного программирования является
- 1) выпуклым
  - 2) вогнутым
  - 3) одновременно выпуклым и вогнутым
7. Если задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то целевая функция достигает нужного экстремального значения в одной из
- 1) вершин многоугольника (многогранника) допустимых решений
  - 2) внутренних точек многоугольника (многогранника) допустимых решений
  - 3) точек многоугольника (многогранника) допустимых решений
8. В задачах линейного программирования решаемых симплекс-методом искомые переменные должны быть
- 1) неотрицательными
  - 2) положительными
  - 3) свободными от ограничений
  - 4) любыми
9. Симплексный метод решения задач линейного программирования включает
- определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи (опорного плана)
- 1) определение правила перехода к не худшему решению
  - 2) проверку оптимальности найденного решения
  - 3) определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи
  - 4) (опорного плана), определение правила перехода к не худшему решению, проверка оптимальности найденного решения
10. Если целевая функция и все ограничения выражаются с помощью линейных уравнений, то рассматриваемая задача является задачей
- 1) динамического программирования
  - 2) линейного программирования
  - 3) целочисленного программирования
  - 4) нелинейного программирования
11. Модель задачи линейного программирования, в которой целевая функция исследуется на максимум и система ограничений задачи является системой уравнений, называется
- 1) стандартной
  - 2) канонической
  - 3) общей
  - 4) основной
  - 5) нормальной
12. Модель задачи линейного программирования, в которой целевая функция исследуется на максимум и система ограничений задачи является системой неравенств, называется
- 1) стандартной

- 2) канонической
  - 3) общей
  - 4) основной
  - 5) нормальной
13. Задача линейного программирования может достигать максимального значения
- 1) только в одной точке
  - 2) в двух точках
  - 3) во множестве точек
  - 4) в одной или двух точках
  - 5) в одной или во множестве точек
14. Какой вид имеет целевая функция задачи линейного программирования?
- 1)  $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n +$
  - 2)  $Ax \leq (=, \geq)B$
  - 3)  $x \leq 0$
  - 4)  $x \geq 0$
15. Выполнение какого условия является признаком оптимальности решения двойственной задачи линейного программирования?
- 1) в симплекс-таблице элементы строки целевой функции прямой задачи положительны
  - 2) в симплекс-таблице элементы столбца целевой функции двойственной задачи положительны
  - 3) в симплекс-таблице элементы строки целевой функции прямой задачи и элементы столбца целевой функции двойственной задачи положительны
16. Если исходная задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то задача двойственная к ней
- ...
- 1) имеет оптимальное решение
  - 2) может не иметь решения
  - 3) может не иметь смысла
17. Если исходная задача линейного программирования не имеет смысла, то задача двойственная к ней ...
- 1) имеет оптимальное решение
  - 2) не имеет решения
  - 3) не имеет смысла
18. Если ресурс образует «узкое место производства», то это означает
- 1) ресурс избыточен
  - 2) ресурс использован полностью
  - 3) двойственная оценка ресурса равна нулю
19. Транспортная задача является задачей .... Программирования
- 1) динамического
  - 2) нелинейного
  - 3) линейного
  - 4) целочисленного
  - 5) параметрического
20. Если в транспортной задаче объем спроса равен объему предложения, то такая задача называется
- 1) замкнутой
  - 2) закрытой
  - 3) сбалансированной
  - 4) открытой
  - 5) незамкнутой
21. Если в транспортной задаче объем запасов превышает объем потребностей, в рассмотрение вводят
- 1) фиктивный пункт производства
  - 2) фиктивный пункт потребления
  - 3) изменения структуры не требуются
- 22. Свободными членами системы ограничений двойственной задачи являются**
- 1) неизвестные исходной задачи
  - 2) коэффициенты при неизвестных исходной задачи
  - 3) свободные члены исходной задачи
  - 4) коэффициенты целевой функции исходной задачи
- 23. Если исходная ЗЛП была на максимум целевой функции, то двойственная задача будет**
- 1) тоже на максимум
  - 2) либо на максимум, либо на минимум
  - 3) и на максимум, и на минимум
  - 4) на минимум

24. Число переменных в двойственной задаче равно числу
- 1) переменных в исходной задаче
  - 2) отличных от нуля правых частей исходной задачи
  - 3) ограничений исходной задачи
  - 4) ненулевых коэффициентов целевой функции исходной задачи
25. План модели транспортной задачи удобнее представлять
- 1) вектором
  - 2) матрицей
  - 3) числом
  - 4) функцией

Ответы:

1. 2	6. 1	11. 2	16. 1	21. 2
2. 1	7. 1	12. 3	17. 3	22. 4
3. 2	8. 1	13. 3	18. 2	23. 4
4. 2	9. 4	14. 1	19. 3	24. 1
5. 1	10. 2	15. 1	20. 3	25. 2

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрен зачёт в 5 семестре. Зачёт проходит по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одно практическое задание. Зачёт проводится в устной / письменной и компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

##### 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

###### 4.2.1.1. Порядок проведения.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации».

###### 4.2.1.2. Критерии оценивания.

###### Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся:

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### 4.2.1.3. Оценочные средства.

###### Вопросы для устного или письменного ответа

1. Общая постановка задач исследования операций. Целевая функция. Оптимальное решение задачи (оптимальный план).
2. Экономико-математическое моделирование. Задача производственного планирования (задача о рациональном использовании ресурсов).
3. Общая (смешанная) задача линейного программирования (ЗЛП). Стандартная ЗЛП. Основная ЗЛП.
4. Формы записи ЗЛП (матричная, векторная, развёрнутая, сокращённая).
5. Свойства ЗЛП.
6. Понятие выпуклого множества точек.
7. Графический метод решения стандартных ЗЛП с двумя переменными.
8. Исследование систем ограничений основных ЗЛП. Нахождение ранга матриц СЛАУ, базисных решений для основной ЗЛП.
9. Геометрическая интерпретация решения ЗЛП на плоскости.
10. Симплексный метод решения ЗЛП. Критерии оптимальности решения.
11. Аналитический симплексный метод.

12. Табличная организация вычислительного процесса симплекс-метода по схеме Жордана-Гаусса. Построение симплексных таблиц.
13. Особые случаи симплекс-метода: конечное оптимальное решение, альтернативное оптимальное решение, вырожденное базисное решение.
14. Основная (каноническая) ЗЛП. Метод искусственного базиса (М-метод).
15. Классификация оптимизационных методов и задач.
16. Виды экстремумов. Основные понятия и определения.
17. Двойственность в линейном программировании. Модели двойственных задач (симметричные, несимметричные двойственные модели).
18. Экономическая интерпретация двойственных задач на примере задачи о рациональном использовании ресурсов предприятия.
19. Первая и вторая теоремы двойственности. Основное неравенство теории двойственности.
20. Нахождение решения двойственных задач. Теорема равновесия.
21. Двойственный симплексный метод.
22. Анализ оптимального решения ЗЛП на устойчивость (чувствительность) при изменении коэффициентов целевой функции, правых частей систем ограничений и коэффициентов матрицы системы.
23. Геометрическая интерпретация анализа на устойчивость.
24. Постановка и математические модели задач целочисленного программирования (ЦП).
25. Примеры экономических задач ЦП и методы их решения.
26. Постановка общей задачи нелинейного программирования (ЗНП).
27. Нахождение градиента, производной по направлению, частных производных и дифференциалов первого и второго порядков нелинейных функций.
28. Построение поверхностей методом сечений.
29. Условия и способ перехода от задачи условного экстремума к безусловному экстремуму.
30. Свойства и особенности решения ЗНП.
31. Выпуклость (вогнутость) графика функции. Определение. Геометрическая интерпретация.
32. Постановка задачи выпуклого нелинейного программирования.
33. Определение выпуклой (вогнутой) функции. Геометрическая интерпретация.
34. Аналитические и алгебраические свойства выпуклых (вогнутых) функций.
35. Теорема (необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости) функций).
36. Теорема о существовании глобального экстремума.
37. Теорема о выпуклости (вогнутости) дважды дифференцируемой функции.
38. Критерий Сильвестра. Матрица Гессе.
39. Постановка задачи квадратичного программирования. Квадратичные формы.

#### **4.2.2. Практическое задание**

##### **4.2.2.1. Порядок проведения.**

Предлагаются задания на проверку практических навыков по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации».

##### **4.2.2.2. Критерии оценивания.**

**Оценка «отлично» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**Оценка «хорошо» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

### 4.2.2.3. Оценочные средства.

Решить графическим методом задачу линейного программирования

1.  $Z(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$       2.  $Z(x) = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 6 \geq 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 7 \geq 0, \\ 2x_1 - 4x_2 - 8 \leq 0, \\ x_1 - 1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3.  $Z(x) = 3x_1 - 15x_2 \rightarrow \min,$       4.  $Z(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4 \leq 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 4 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 - 6 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5.  $Z(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min,$       6.  $Z(x) = 15x_1 + 21x_2 - 20 \rightarrow \text{extr},$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 3 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 7 \leq 0, \\ x_1 - 2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} -7x_1 + 2x_2 \geq 14, \\ x_1 + 11x_2 \leq 13, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.  $Z(x) = 31/3 + x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 6, \\ 10x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 25, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

8.  $Z(x) = 33 - 3x_1 + 2x_2 - 3x_4 - x_5 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ 4x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 21, \\ 4x_1 - x_2 - x_4 + x_5 = 13, \\ x_1 + x_2 - x_6 = 3, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 6. \end{cases}$$

9.  $Z(x) = 3x_1 - 8x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = -22, \\ -6x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 17, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

10.  $Z(x) = 11x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 2x_5 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 18, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

**Составить математические модели следующих задач с экономическим содержанием и решить их**

**11.** Для изготовления изделий двух типов А и Б имеется 200 кг металла. На изготовление одного изделия типа А расходуется 2 кг металла, а одного изделия типа Б – 4 кг. Составить план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изготовленных изделий, если одно изделие типа А стоит 50 руб., а одно изделие типа Б стоит 70 руб., причем изделий типа А можно изготовить не более 60, а изделий типа Б – не более 30.

**12.** Из пункта А в пункт Б ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. В таблице указаны наличный парк вагонов разных типов, из которых ежедневно можно комплектовать данные поезда, и количество пассажиров, вмещающихся в каждом из вагонов.

1) Определить оптимальные количества скорых и пассажирских поездов, при которых число перевозимых пассажиров достигает максимума.

2) Определить оптимальное число поездов (скорых и пассажирских), обеспечивающих максимальное количество перевозимых пассажиров, при условии, что в день железная дорога не может пропускать более шести пассажирских поездов.

Поезда	Багаж.	Почтов.	Плацк.	Купейный	Мягкий
Количество вагонов в скором поезде	1	1	5	6	3
Количество вагонов в пассажирском поезде	1	–	8	4	1
Число пассажиров	–	–	58	40	32
Парк вагонов	12	8	81	70	26

**Найти начальное опорное решение и путем перебора опорных решений определить оптимальное решение задачи**

**13.**  $Z(x) = -x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 15, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

**14.**  $Z(x) = 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 2x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

**Решить симплексным методом следующие задачи**

**15.**  $Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - 6 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 6, \\ 10x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 25, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

**16.**  $Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -1, \\ x_2 + x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 - x_5 = 25, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

**17.**  $Z(x) = 5x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 11, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

**18.**  $Z(x) = 2x_1 - x_2 + 3x_4 + 2x_5 + 4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_3 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_5 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 5. \end{cases}$$

**19.**  $Z(x) = -6x_1 + 3x_2 + 3x_4 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_4 \geq 18, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_4 \leq -9, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

**20.**  $Z(x) = x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 20, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

Решить задачи целочисленного программирования

$$\begin{aligned} Z(x) &= 4x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 10, \\ x_1 + 4x_2 + x_5 = 11, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 13, \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2, 3, 4, x_j - \text{целые.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= x_1 + 4x_2 - 5x_3 - 3x_4 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 \leq 10, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 \leq 14, \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2, 3, 4, x_j - \text{целые.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \rightarrow \min, \\ \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 2, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 3, \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2, 3, x_j - \text{целые.} \end{aligned}$$

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Модели и методы системного анализа в исследовании операций : учебник / И.Н. Булгакова, Ю.В. Вертакова, О.А. Медведева [и др.]. — Москва : ИНФРА-М, 2025. — 347 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/2049708. - ISBN 978-5-16-018709-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2049708>.
2. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник / Е. С. Кундышева, Б. А. Сулаков. - 4-е изд., перераб. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2023. - 286 с. - ISBN 978-5-394-03138-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2083020>.
3. Балдин, К. В. Математические методы и модели в экономике : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2024. - 328 с. - ISBN 978-5-9765-0313-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2149442>.

**Дополнительная литература:**

1. Муртузалиев, М. М. Математические методы и модели : учебное пособие / М.М. Муртузалиев. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 108 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-111257-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1938078>.
2. Южно, Н. С. Математика : учебник / Н. С. Южно. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 204 с. — (Среднее профессиональное образование). — DOI 10.12737/1002604. - ISBN 978-5-16-014744-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2136718>.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 23.03.01 Технология транспортных процессов

Профиль подготовки: Проектирование и управление интеллектуальными транспортными системами

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

1. Операционная система Microsoft office professional plus 2010, или Microsoft Windows 7 Профессиональная, или Windows XP (Volume License)
2. Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365, или Microsoft office professional plus 2010
3. Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC
4. Браузер Mozilla Firefox
5. Браузер Google Chrome
6. Kaspersky Endpoint Security для Windows
7. Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах. АО «Антиплагиат»
8. Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»
9. Электронная библиотечная система Издательства «Лань»
10. Электронная библиотечная система «Консультант студента»