

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич
Должность: Директор
Дата подписания: 27.07.2026 11:10:28
Уникальный программный ключ:
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по
образовательной деятельности

С.Ю. Бахвалов

« 06 » 2026 г.

МП

Программа дисциплины (модуля)
Теория функции действительной переменной

Направление подготовки/специальность: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Математика и информатика

Квалификация: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: - 2026

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н. (Кафедра математики и прикладной информатики).

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.1	Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач с учетом действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.2	Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выбирать способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.3	Владеть навыками определения круга задач в рамках поставленной цели, выбора оптимальных способов их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.2	Уметь осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.3	Владеть способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов.

Должен уметь:

определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач теории функций действительной переменной и аргументировать их выбор; осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной.

Должен владеть:

навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной; способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.07.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и информатика)" и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 5 курсе в 10 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 48 часа(ов), в том числе лекции - 30 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов),), из них практические занятия в электронной форме – 10 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 60 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 10 семестре, контрольная работа в 10 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	В т.ч. практические занятия в электронной форме	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Мощность множества	10	6	4	3	0	10
2.	Тема 2. Множества на числовой прямой	10	6	2	1	0	10
3.	Тема 3. Мера Лебега	10	6	4	3	0	12
4.	Тема 4. Интеграл Лебега	10	6	4	3	0	14
5.	Тема 5. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве	10	6	4	0	0	14
	Итого: 144 ч. (из них 36 ч. контроль)		30	18	10	0	60

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Мощность множества

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023>

Понятие множества, сравнение мощностей. Счетные множества. Теоремы о счетности или конечности подмножества счетного множества, счетности объединения конечного или счетного множества счетных множеств, о возможности выделения счетного подмножества из всякого бесконечного множества, об эквивалентности бесконечного несчетного множества своей части, полученной из него удалением конечной или счетной части. Счетность множества рациональных чисел и множества алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел, примеры множеств мощности континуума. Теоремы о мощности множества подмножеств, о равенстве мощности континуума, мощности множества подмножеств счетного множества, о мощности промежуточного множества, а также теорема Кантора-Бернштейна.

Тема 2. Множества на числовой прямой

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023> Открытость объединения и пересечения открытых множеств. Замкнутость объединения и пересечения замкнутых множеств.

Теоремы о строении открытых и замкнутых множеств. Понятие совершенного множества, строение произвольного совершенного множества. Совершенное множество Кантора, несчетность канторова множества.

Тема 3. Мера Лебега

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023> Мера Лебега для открытых и замкнутых линейных множеств. Внешняя мера и внутренняя мера ограниченного множества. Мера Лебега. Теоремы об измеримых множествах: измеримость дополнения, объединения и пересечения конечного числа измеримых множеств, счетная аддитивность меры. Понятие функции, измеримой по Лебегу и теоремы об измеримых функциях. Измеримость предельной функции, обобщение этого результата в случае сходимости почти всюду. Теорема Егорова и теорема Лузина.

Тема 4. Интеграл Лебега

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023> Определение интеграла Лебега от ограниченной измеримой функции как предел интегральных сумм. Свойства сумм Лебега, существование интеграла от ограниченной измеримой функции. Теорема о среднем и ее следствия. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл произвольной неотрицательной измеримой функции и основные свойства интеграла. Суммируемые функции.

Тема 5. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве

Понятие гильбертова пространства. Определение ряда Фурье по ортогональной системе векторов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Эквивалентность полноты и замкнутости ортонормированной системы векторов в гильбертовом пространстве. Полнота тригонометрической системы

функций.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

Математический портал - <http://mathportal.net/>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторами могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
практические занятия	Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторами могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем. В домашних заданиях студентам предлагается решать типовые задачи с использованием
самостоятельная работа	Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторами могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем. В домашних заданиях студентам предлагается решать типовые задачи с использованием изученных методов. Требуется повторение теоретического материала, запрашиваются отчеты по выполненной домашней работе.
экзамен	Экзамен по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. Студент имеет право добрать недостающие для желаемой оценки баллы, решая дополнительные задачи и отвечая на дополнительные вопросы. На экзамене учитывается работа студента в течение семестра

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория № 82 423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89 () для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.. Комплект мебели (посадочных мест) 48 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 2 шт. Трибуна 1 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска EliteBoard WR-84A10 1 шт. Ноутбук ICL Pi155 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 86 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 100 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны, Портреты 12 шт. Веб-камера. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть,

доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт. .

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и информатика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Елабужский институт (филиал)

Фонд оценочных средств по дисциплине
Б1.О.07.06 Теория функции действительной переменной

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профиль подготовки: Математика и информатика
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2026

СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
 - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
 - 4.1.1. Устный опрос.
 - 4.1.1.1. Порядок проведения. и процедура оценивания
 - 4.1.1.2 Критерии оценивания
 - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
 - 4.1.2. Контрольная работа.
 - 4.1.2.1. Порядок проведения. и процедура оценивания
 - 4.1.2.2 Критерии оценивания
 - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
 - 4.1.3. Письменное домашнее задание.
 - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания
 - 4.1.3.2. Критерии оценивания
 - 4.1.3.3. Содержание оценочного средства
 - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации (экзамен)
 - 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
 - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
 - 4.2.1.2. Критерии оценивания.
 - 4.2.1.3. Оценочные средства.
 - 4.2.2. Решение задач
 - 4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
 - 4.2.2.2. Критерии оценивания.
 - 4.2.2.3. Оценочные средства.

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач теории функций действительной переменной и аргументировать их выбор Владеть навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной	Текущий контроль: Устный опрос по темам: Тема 1. Мощность множества Тема 2. Множества на числовой прямой Тема 3. Мера Лебега Контрольная работа по темам Тема 1. Мощность множества уравнения. Тема 3. Мера Лебега Тема 4. Интеграл Лебега Письменное домашнее задание по темам Тема 1. Мощность множества Тема 2. Множества на числовой прямой Тема 3. Мера Лебега Промежуточная аттестация: <i>Экзамен</i>
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Уметь осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной Владеть способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной	Текущий контроль: Устный опрос по темам: Тема 1. Мощность множества Тема 2. Множества на числовой прямой Тема 3. Мера Лебега Контрольная работа по темам Тема 1. Мощность множества уравнения. Тема 3. Мера Лебега Тема 4. Интеграл Лебега Письменное домашнее задание по темам Тема 1. Мощность множества Тема 2. Множества на числовой прямой Тема 3. Мера Лебега Промежуточная аттестация: <i>Экзамен</i>

2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
УК-2	Знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов	Знает основные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Знает отдельные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач теории функций действительной переменной с учетом действующих стандартов

	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач теории функций действительной переменной и аргументировать их выбор	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач теории функций действительной переменной. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Умеет определять основные задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач теории функций действительной переменной и аргументировать их выбор. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи.	Не умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач теории функций действительной переменной и аргументировать их выбор
	Владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной	Владеет основными навыками определения специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет отдельными навыками определения основных задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач теории функций действительной переменной
ОПК-8.	Умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной	Умеет осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Умеет осуществлять по заданным правилам педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной
	Владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной	Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность по заданным правилам на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области теории функций действительной переменной

3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

10 семестр

Текущий контроль:

Устный опрос. Тема 1. Мощность множества. Тема 2. Множества на числовой прямой.

Тема 3. Мера Лебега.

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Контрольная работа. Тема 1. Мощность множества. Тема 3. Мера Лебега. Тема 4. Интеграл Лебега

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Письменное домашнее задание. Тема 1. Мощность множества. Тема 2. Множества на числовой прямой.

Тема 3. Мера Лебега. Форма контроля реализуется в формате ЦОР «Теория функций действительной переменной» <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023>

Максимальное количество баллов по БРС - 10.

Итого: $20+20+10=50$ баллов

Промежуточная аттестация – экзамен – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий экзамен обеспечивает случайное распределение вариантов экзаменационных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете.

В каждом билете на экзамене два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого $20+30=50$ баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: $50+50=100$ баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – не зачтено

4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

4.1. Оценочные средства текущего контроля

4.1.1. Устный опрос. Тема 1. Мощность множества. Тема 2. Множества на числовой прямой.

Тема 3. Мера Лебега.

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

4.1.1.2 Критерии оценивания

17-20 баллов ставится, если обучающийся:

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

14-16 баллов ставится, если обучающийся:

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

11-13 баллов ставится, если обучающийся:

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

0--10 баллов ставится, если обучающийся:

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

Темы 1-3

1. Укажите примеры счетных числовых множеств.
2. Какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел?
3. Установите взаимно однозначное соответствие между множеством всех четных целых чисел и множеством натуральных чисел.
4. Дайте определение алгебраического числа.
5. Какова мощность множества всех алгебраических чисел?
6. Какова мощность множества всех подмножеств счетного множества?
7. Какова мощность множества всех конечных подмножеств счетного множества?
8. Какова мера счетного множества?
9. Дайте определение измеримого по Лебегу множества.
10. Дайте определение внешней меры.
11. Сформулировать свойство полной аддитивности меры Лебега.
12. Дайте определение измеримой функции.
13. Докажите, что функция Дирихле измерима.
14. Докажите, что функция Дирихле не интегрируема по Риману.
15. Сформулируйте критерий Лебега интегрируемости по Риману.

4.1.2. Контрольная работа. Тема 1. Мощность множества. Тема 3. Мера Лебега. Тема 4. Интеграл Лебега.

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий

4.1.2.2 Критерии оценивания

17-20 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Проявил высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

14-16 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Проявлен хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

11-13 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Проявлен удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

0--10 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил менее чем наполовину. Проявлен неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

Темы 1,3,4

1. Какова мощность множества чисел вида $2^a + 3^b$, где a – целое, b – простое число.

2. Какова мощность множества точек кривой $y = \ln x$.

3. Вычислить $(L) \int_0^{\pi} f(x) dx$.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x - \text{иррационально}; \\ \sqrt{\cos x}, & x - \text{рационально}. \end{cases}$$

а.

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}}$. Принадлежит ли $f(x)$ пространству $L_2[0, 1]$? Если да, то найти норму.

5. А-множество иррациональных чисел, содержащихся в $[0,2]$. $(I) \int_A x dx =$

6. $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right\}$ $mA = ?$

7. Две функции, совпадающие почти всюду на множестве E , называются ...

4.1.3. Письменное домашнее задание. Тема 1. Мощность множества. Тема 2. Множества на числовой прямой. Тема 3. Мера Лебега.

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

4.1.3.2 Критерии оценивания.

Форма контроля реализуется в формате ЦОР «Теория функций действительной переменной»

<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5023>

9-10 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

7-8 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

5-6 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

0-4 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.3.3. Содержание оценочного средства Темы 1-3.

Вариант 1	Вариант 2
1) Если между элементами двух множеств можно установить взаимно однозначное соответствие, то эти множества называются ...	1) Обобщением понятия количества элементов является понятие ...
2) Мощность множества всех подмножеств любого непустого множества A ... , чем мощность множества A .	2) Множество, эквивалентное множеству натуральных чисел, называется ... множеством.
3) Бесконечное подмножество счетного множества есть ... множество	3) Объединение счетного множества счетных множеств есть ... множество
4) Множество всех рациональных чисел ...	4) Множество точек, принадлежащих $[0,1]$...
5) Множество точек, принадлежащих $[0,1]$, называется множеством мощности ...	5) Всякий сегмент, интервал, полуинтервал имеют мощность ...
6) Множество всех действительных чисел имеет мощность ...	6) Если множество замкнуто и не содержит изолированных точек, то оно называется ... множеством
7) Всякое конечное множество измеримо и его мера равна...	7) Ограниченное счетное множество измеримо и его мера равна ...
8) Две функции, совпадающие почти всюду на множестве E , называются ...	8) Если последовательность измеримых функций сходится почти всюду на E к функции $f(x)$, то $f(x)$...
9) Если последовательность измеримых функций сходится на E к функции $f(x)$, то $f(x)$...	9) Если $f(x)$ измеримо на E , то $ f(x) $... на E .
10) Если $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на E , то $f(x) + g(x)$... на E .	10) Если $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на E , то $f(x) \cdot g(x)$... на E .
11) Если $f(x)$ определена на множестве меры нуль, то она ...	11) А-конечное множество. $(I) \int_A x dx =$
12) А-множество иррациональных чисел,	12) А-множество рациональных чисел,

содержащихся в $[0,2]$. $(l) \int_A x dx$	содержащихся в $[0,1]$. $(l) \int_A x dx =$
13) $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right\}$ $mA = \dots$	13) $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots, 0\right\}$ $mA = \dots$
14) Если функция интегрируема по Риману на $[a, b]$ то она ... по Лебегу на $[a, b]$.	14) Если ограниченные измеримые функции $f(x)$ и $g(x)$ эквивалентны на множестве E , то $(l) \int_E f(x) dx$ и $(l) \int_E g(x) dx \dots$

4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрен экзамен в 10 семестре.. Экзамен проходит по билетам. В каждом билете два теоретических вопроса и одна задача. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, как по материалам билета, так и по основным определениям курса в целом. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий. Оценивается знание основных разделов теории функций действительной переменной, способность выявлять и анализировать различные способы решения задач, умение решать типовые задачи, умение применять полученные специальные научные знания при решении задач, владение представлениями о связи теории функций действительной переменной со школьным курсом математики, методами научно-педагогического исследования.

4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов теории функций действительной переменной.

4.2.1.2. Критерии оценивания.

17-20 баллов ставится, если обучающийся:

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

14-16 баллов ставится, если обучающийся:

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

11-13 баллов ставится, если обучающийся:

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

0--10 баллов ставится, если обучающийся:

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

4.2.1.3. Оценочные средства.

Вопросы для устного или письменного ответа

1. Понятие мощности множества.
2. Существование сколь угодно высоких мощностей.
3. Счетные множества.
4. Счетность множеств рациональных и алгебраических чисел.
5. Мощность континуума.
6. Строение линейных открытых и замкнутых множеств.
7. Совершенные множества.
8. Множество Кантора.
9. Мера ограниченных открытого и замкнутого множеств.
10. Внешняя и внутренняя меры.
11. Мера Лебега.
12. Измеримые функции.
13. Последовательности измеримых функций.
14. Определение и существование интеграла Лебега.
15. Свойство интеграла Лебега.
16. Предельный переход под знаком интеграла.
17. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
18. Восстановление первообразной.
19. Суммируемые функции.
20. Пространства L_1 и L_2 .

21. Ортогональные системы и базисы в гильбертовых пространствах.

22. Ряд Фурье по ортогональной системе векторов.

4.2.2. Решение задач

4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Предлагаются задачи на проверку знаний основных разделов теории функций действительной переменной, умений проводить практические расчеты, анализировать полученные результаты; на владение навыками интегрирования типовых теории функций действительной переменной.

4.2.2.2. Критерии оценивания.

26-30 баллов ставится, если обучающимся:

Задание выполнено полностью и правильно.

21-25 баллов ставится, если обучающимся:

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

21-25 баллов ставится, если обучающимся:

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

0-16 баллов ставится, если обучающимся:

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

4.2.2.3. Оценочные средства.

Комплект типовых задач к экзамену:

1. Какова мощность множества чисел вида $2^a + 3^b$, где a – целое, b – простое число.
2. Найти в канторовом множестве какую-либо точку первого рода, заключенную между десятичными дробями 0,1 и 0,2.
3. Построить множество, для которого производное множество не пусто, а второе производное пусто.
4. Доказать, что если $f^3(x)$ измерима на E , то $f(x)$ измеримо на E .
5. Может ли открытое неограниченное множество иметь конечную меру?
6. Вычислить $(L)\int_0^1 f(x)dx$, если $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x \in D, \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}} & \text{для } x \notin D, \end{cases}$ где D – канторово множество.
7. Найти разложение в ряд Фурье функции $f(x) = \begin{cases} A, & 0 \leq x \leq L \\ 0, & L < x \leq 2L \end{cases}$.
8. Взять интеграл Лебега $(L)\int_0^1 f(x)dx$, если $f(x) = \begin{cases} x^5, & x \text{ – иррационально,} \\ 2, & x \text{ – рационально.} \end{cases}$
9. Суммируемы ли функции $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x^2}$ на интервале $]0, 1[$?
10. Какова мощность множества точек кривой $y = \ln x$.

11. Вычислить $(L)\int_0^\pi f(x)dx$.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \text{ – иррационально;} \\ \sqrt{\cos x}, & x \text{ – рационально.} \end{cases}$$

12. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}}$. Принадлежит ли $f(x)$ пространству $L_2[0, 1]$? Если да, то найти норму.

13. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}}$. Принадлежит ли $f(x)$ пространству $L_2[0, 1]$? Если да, то найти норму.

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.О.07.06 Теория функции действительной переменной

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

Основная литература:

1. Смолин, Ю.Н. Введение в теорию функций действительной переменной : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. — 2-е изд., стер. — Москва : Флинта, 2017. — 516 с. - ISBN 978-5-9765-1483-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1034571> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
2. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2019. - 196 с. - ISBN 978-5-905554-21-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027407> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
3. Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах [Электронный ресурс] / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544632> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
4. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-0266-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2206> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Смагин, В. В. Действительный анализ : учебное пособие / В. В. Смагин. — Воронеж : ВГУ, 2015. — 66 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/356336> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212189> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1274-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210809> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Office Professional Plus 2010

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»