

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич
Должность: Директор
Дата подписания: 02.09.2026 11:03:03
Уникальный программный ключ:
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по
образовательной деятельности

С.Ю. Бахвалов

« 02 » 09 2026 г.



Программа дисциплины (модуля)

Математика

Направление подготовки/специальность: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Физические основы мехатроники и робототехники

Квалификация: бакалавр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: - 2026

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Анисимова Т.И. (Кафедра математики и прикладной информатики), TIAnisimova@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ОПК-1.1	Знать способы применения естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ОПК-1.2	Уметь применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
ОПК-1.3	Владеть способностью применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.1	Знать принципы поиска информации, критического анализа и синтеза информации, методики системного подхода для решения поставленных задач
УК-1.2	Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.3	Владеть навыками поиска, критического анализа и синтеза информации; способностью применять системный подход для решения поставленных задач

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- рациональные способы применения естественнонаучных и общетехнических знаний, математических методов в профессиональной деятельности;
- принципы эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации, комплекс методик системного подхода для решения математических задач

Должен уметь:

- рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности;
- осуществлять эффективный поиск, критический анализ и синтез информации; использовать системный подход для решения математических задач.

Должен владеть:

- способностью рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности;
- навыками эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации; способностью применять системный подход для решения математических задач.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок 1 "Дисциплины (модули)" Б1.О.04.01 основной профессиональной образовательной программы 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» (Физические основы мехатроники и робототехники) и относится к обязательной части.

Осваивается на 1, 2 курсах в 1, 2, 3 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных(ые) единиц(ы) на 504 часа(ов).

Контактная работа - 32 часа(ов), в том числе лекции - 12 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 450 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 22 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; зачет во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Линейная алгебра.	1	1	2	0	32
2.	Тема 2. Векторная алгебра.	1	1	1	0	31
3.	Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости.	1	1	2	0	31
4.	Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.	1	1	1	0	31
5.	Тема 5. Комплексные числа.	2	1	1	0	32
6.	Тема 6. Введение в анализ.	2	1	1	0	32
7.	Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	2	1	2	0	33
8.	Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной.	2	1	2	0	33
9.	Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	3	1	2	0	32
10.	Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	3	1	1	0	31
11.	Тема 11. Дифференциальные уравнения.	3	1	2	0	31
12.	Тема 12. Ряды.	3	1	1	0	31
	Итого: 504 часа (из них 22 часа контроль)		12	18	0	450

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Линейная алгебра.

Определители. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом нахождения обратной матрицы. Однородные линейные алгебраические системы.

Тема 2. Векторная алгебра.

Основные понятия, определения. Векторный базис на плоскости и в пространстве. Линейные операции над

векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Понятие базиса. Координатное представление векторов. скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. смешанное произведение векторов.

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости.

Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка: окружность, гипербола, парабола. Уравнения кривых второго порядка в смещенной системе координат. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.

Плоскость. Различные формы уравнений плоскости. Прямая в пространстве. Различные формы уравнений прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Поверхности второго порядка. Приведение уравнений поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Тема 5. Комплексные числа.

Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме. Действия над комплексными числами, заданными в показательной форме.

Тема 6. Введение в анализ.

Множества. Общее понятие функции. Монотонные, ограниченные, четные и нечетные, периодические функции. Понятие сложной и обратной функции. Предел последовательности, определение предела функции в точке. Бесконечно малые функции. Бесконечно большие функции. Непрерывность функции в точке и на числовом промежутке.

Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Определение производной. Уравнения касательной и нормали. Производные суммы, произведения, частного, сложной и обратной функций; производные элементарных функций. Производные высших порядков. Понятие дифференциала, связь его с производной. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции на промежутке; максимум, минимум, необходимые и достаточные условия экстремума. Полное исследование функций с построением графиков.

Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Неопределенный интеграл, его свойства, табличные интегралы; интегрирование подстановкой и по частям; интегрирование рациональных функций, иррациональных и трансцендентных функций. Понятие определенного интеграла. Существование первообразной, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Область определения функции нескольких переменных. Частные производные. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производные сложной функции. Производные неявной функции. Дифференциал. Формулы Тейлора и Маклорена. Градиент и производная по направлению. Экстремум функции нескольких переменных.

Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

Основные определения, понятия, свойства. Правила вычисления двойных интегралов в декартовой и полярной системах координат. Правила вычисления тройных интегралов в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат. Приложения двойных и тройных интегралов. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Тема 11. Дифференциальные уравнения.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n -го порядка. Однородные линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 12. Ряды.

Числовые ряды с положительными членами. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости знакопередающихся рядов. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для

освоения дисциплины (модуля)

Математический портал - <http://mathportal.net/>

Математическое бюро - https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=vm

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
практические занятия	Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную преподавателем литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач. На практическом занятии главное - уяснить связь решаемых задач с теоретическими положениями. При решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий метод решения подобных задач.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.
зачет	Зачет является формой оценки качества освоения студентом образовательной программы по дисциплине. По результатам зачета студенту выставляется оценка "зачтено" или "не зачтено". Зачет может проводиться в форме устного опроса по билетам (вопросам) или без билетов, с предварительной подготовкой или без подготовки, по усмотрению кафедры. Преподаватель может проставить зачет без опроса или собеседования тем студентам, которые активно участвовали на практических занятиях.
экзамен	Экзамен по курсу проводится по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, как по материалам билета, так и по основным определениям курса в целом. При подготовке к экзамену необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Комплект мебели для преподавателя, посадочные места для обучающихся, интерактивная трибуна (с микрофоном на гусиной шее и монитором), веб-камера, проектор, колонки, экран мультимедийный, меловая доска

настенная, стенды настенные, стенд настенный с портретами, выход в интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
 - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
 - продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» и профилю подготовки "Физические основы мехатроники и робототехники".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Елабужский институт (филиал) КФУ

Фонд оценочных средств по дисциплине
Математика

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль подготовки: Физические основы мехатроники и робототехники

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)*
- 2. Критерии оценивания сформированности компетенций*
- 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию*
- 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания*

4.1. Оценочные средства текущего контроля

4.1.1. ТЕСТИРОВАНИЕ.

4.1.1.1. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ.

4.1.1.2 КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1.1.3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА

4.1.2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.

4.1.2.1. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ.

4.1.2.2 КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

4.2. Экзамен

4.2.1. УСТНЫЙ ИЛИ ПИСЬМЕННЫЙ ОТВЕТ НА ВОПРОС

4.2.1.1. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ.

4.2.1.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ.

4.2.1.3. Оценочные средства

4.2.2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

4.2.2.1. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ.

4.2.2.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ.

4.2.2.3. Оценочные средства

4.3. Зачет

4.3.1. Устный или письменный ответ на вопрос

4.3.1.1 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ

4.3.1.2 КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

4.3.1.3. Оценочные средства

1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Знать рациональные способы применения естественнонаучных и общетехнических знаний, математических методов в профессиональной деятельности Уметь рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности Владеть способностью рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности	Текущий контроль: <u>Тестирование</u> по темам: Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды. <u>Контрольная работа</u> по темам: Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды. Промежуточная аттестация: <i>Экзамен, зачет</i>
УК-1 способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать принципы эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации, комплекс методик системного подхода для решения математических задач Уметь осуществлять эффективный поиск, критический анализ и синтез информации; использовать системный подход для решения математических задач Владеть навыками эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации; способностью применять	Текущий контроль: <u>Тестирование</u> по темам: Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление

	системный подход для решения математических задач	функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды. <u>Контрольная работа</u> по темам: Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды. Промежуточная аттестация: <i>Экзамен, зачет</i>
--	---	--

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично)	Средний уровень (хорошо)	Низкий уровень (удовлетворительно)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно)
ОПК-1	Знает рациональные способы применения естественнонаучных и общетехнических знаний, математических методов в профессиональной деятельности	Знает рациональные способы применения естественнонаучных и базовых общетехнических знаний, математических методов в профессиональной деятельности	Знает способы применения естественнонаучных и базовых общетехнических знаний, основных математических методов в профессиональной деятельности	Не знает способы применения естественнонаучных и общетехнических знаний, математических методов в профессиональной деятельности
	Умеет рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности	Умеет рационально применять естественнонаучные и базовые общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности	Умеет применять естественнонаучные знания, основные математические методы по заданному шаблону в профессиональной деятельности	Не умеет применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в профессиональной деятельности
	Владеет способностью рационально применять естественнонаучные и общетехнические знания, математические методы в	Владеет способностью рационально применять естественнонаучные и базовые общетехнические знания, математические методы в	Владеет способностью применять естественнонаучные знания, основные математические методы по заданному шаблону в	Не владеет способностью рационально применять естественнонаучные и

	профессиональной деятельности	профессиональной деятельности	профессиональной деятельности	общинженерные знания, математические методы в профессиональной деятельности
УК-1	Знает принципы эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации, комплекс методик системного подхода для решения математических задач	Знает принципы эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации, базовые методики системного подхода для решения математических задач	Знает базовые принципы поиска, анализа и синтеза информации по заданному алгоритму, методики системного подхода для решения стандартных математических задач	Не знает принципы поиска, критического анализа и синтеза информации, комплекс методик системного подхода для решения математических задач
	Уметь осуществлять эффективный поиск, критический анализ и синтез информации; использовать системный подход для решения математических задач	Умеет осуществлять эффективный поиск, критический анализ и синтез информации; использовать базовые методики системного подхода для решения математических задач	Умеет осуществлять поиск, анализ и синтез информации по заданному алгоритму, использовать методики системного подхода для решения стандартных математических задач	Не умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, использовать методики системного подхода для решения математических задач
	Владеть навыками эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации; способностью применять системный подход для решения математических задач	Владеет навыками эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации, использования базовых методик системного подхода для решения математических задач	Владеет навыками применения принципов поиска, анализа и синтеза информации по заданному алгоритму, методик системного подхода для решения стандартных математических задач	Не владеет навыками эффективного поиска, критического анализа и синтеза информации; способностью применять системный подход для решения математических задач

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ

1 семестр.

Текущий контроль:

Тестирование. Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.

Контрольная работа. Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.

Промежуточная аттестация – экзамен.

Для экзамена:

отлично

хорошо

удовлетворительно
неудовлетворительно

2 семестр.

Текущий контроль:

Тестирование. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Контрольная работа. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Промежуточная аттестация – зачет

Для зачета:

зачтено
не зачтено

3 семестр.

Текущий контроль:

Тестирование. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды.

Контрольная работа. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды.

Промежуточная аттестация – экзамен

Для экзамена:

отлично
хорошо
удовлетворительно
неудовлетворительно

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

4.1.1. Тестирование. Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды.

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Тестирование проходит в письменной форме или с использованием компьютерных средств. Обучающийся получает определённое количество тестовых заданий. На выполнение выделяется фиксированное время в зависимости от количества заданий. Оценка выставляется в зависимости от процента правильно выполненных заданий. Тестирование проводится по вариантам.

4.1.1.2 Критерии оценивания

Оценка «Отлично» ставится, если обучающийся набрал 86% правильных ответов и более.

Оценка «Хорошо» ставится, если обучающийся набрал от 71% до 85 % правильных ответов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал от 56% до 70% правильных ответов.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится, если обучающийся набрал 55% правильных ответов и менее.

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

1 семестр

1. Упорядоченная совокупность элементов, у которых номер строки и номер столбца совпадают называется:

- а) побочной диагональю матрицы
- б) ненулевой матрицей
- в) главной диагональю матрицы
- г) диагональной матрицей

2. При перестановке двух строк определитель

- а) не изменится
- б) меняет свой знак
- в) станет отрицательным
- г) увеличится

3. Если к элементам любой строки прибавить соответствующие элементы другой строки, умноженные на любое число, то определитель

- а) не изменится
- б) умножится на это число
- в) поменяет знак
- г) увеличится

4. Когда существует обратная матрица A^{-1} ?

- а) когда исходная матрица A квадратная
- б) когда исходная матрица A невырожденная
- в) когда исходная матрица A вырожденная
- г) когда определитель исходной матрицы A равен 0

5. Рангом матрицы называется

- а) наибольший порядок нулевых миноров
- б) произведение числа строк на число столбцов матрицы
- в) число строк матрицы
- г) наибольший порядок отличных от нуля миноров

6. Такое свойство операций над матрицами как ассоциативность относительно сложения, можно записать в виде:

- а) $(A+B)+C=A+(B+C)$
- б) $A+B=B+A$
- в) $\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$
- г) $(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$

7. Сколько обратных матриц может существовать для данной?

- а) только одна
- б) ни одной или одна
- в) любое количество
- г) только две

8. Если матрица имеет две одинаковые строки, то её определитель

- а) равен сумме элементов, стоящих на главной диагонали
- б) равен сумме элементов, стоящих на побочной диагонали
- в) равен нулю
- г) все ответы неверны

9. При умножении матрицы A на матрицу B должно соблюдаться условие

- а) число столбцов матрицы A должно равняться числу строк матрицы B
- б) число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B
- в) число строк матрицы A равно числу строк матрицы B
- г) число строк матрицы A равно числу столбцов матрицы B

10. Что не относится к элементарным преобразованиям матрицы?

- а) перестановка любых двух строк матрицы
- б) умножение любой строки на производное, отличное от 0 число
- в) сложение любой строки с другой строкой, умноженной на произвольное число, отличное от нуля
- г) замена элементов строки (столбца) произвольными числами

11. Произведение матрицы А размерностью 3×4 на матрицу В существует, если размерность матрицы В равна

- а) 1×2
- б) 4×2
- в) 3×3
- г) 2×3

12. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $C = A \times B$ имеет вид

- а) $\begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 27 \end{pmatrix}$
- б) (11 8 24)
- в) (11 9 27)
- г) $\begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 24 \end{pmatrix}$

13. Определитель $\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$ равен

- а) (-17)
- б) (-23)
- в) 23
- г) 17

14. Для матрицы существует обратная, если она равна

- а) $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$
- б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- в) $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
- г) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

15. Чему будет равен определитель третьего порядка матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

- а) 1
- б) 0
- в) (-1)
- г) 2

16. Найти результат умножения матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 5 & 4 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$ на число 5.

а) $\begin{pmatrix} 35 & 5 & 25 & 20 \\ -10 & 15 & 5 & 10 \\ 30 & 0 & -15 & 30 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 12 & 6 & 8 & 9 \\ -2 & 8 & 6 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 11 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 35 & -10 & 30 \\ 5 & 15 & 0 \\ 25 & 5 & -15 \\ 20 & 10 & 30 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 35 & 5 & 25 & 20 \\ 10 & 15 & 5 & 10 \\ 6 & 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

17. Если протранспонировать матрицу $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, то A^T будет равняться:

а) $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

18. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 4 & -13 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ -20 & 14 & 10 & 6 \\ 1 & 1 & 8 & 5 \end{pmatrix}$ указать сумму элементов, расположенных на побочной диагонали.

а) (-2)

б) 2

в) 21

г) 0

19. Найти определитель четвертого порядка матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

а) (-4)

б) 10

в) (-7)

г) 8

20. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ найти элемент C_{12} произведения $C = B \times A$.

а) 4

б) 7

в) 10

г) 21

21. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$X * \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 34 \\ 33 & 77 \end{pmatrix}$$

Ответы:

а) $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

б) $X = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

в) $X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

г) $X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

22. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 12 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 1 & 20 \end{pmatrix}$$

Ответы:

а) $X = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$

б) $X = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$

в) $X = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$

г) $X = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

23. Найдите транспонированную матрицу по отношению к матрице $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$:

а) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

24. При сложении двух матриц порядка $n \times n$ получается матрица размера:

а) $n \times n$

б) $2n \times 2n$

в) $n^2 \times n^2$

25. Системы линейных уравнений называются эквивалентными, если

а) имеют одно и то же общее решение.

б) эти системы не имеют решений.

в) каждое уравнение системы превращается в верное равенство.

г) каждое решение одной из систем не является решением другой

Ключ

Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Правильный ответ	в	б	а	б	г	а	б	в	а	г	б	а	г	б	а
Номер вопроса	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
Правильный ответ	а	г	б	г	а	а	б	в	а	а					

2 семестр

1. Если функция дифференцируема в некоторой точке, то в этой точке

Выберите один ответ:

- а) функция непрерывна
- б) функция имеет разрыв первого рода
- в) нельзя построить касательную к графику функции
- г) функция имеет экстремум

2. Дифференциал постоянной равен

- а) нулю
- б) этой постоянной, умноженной на приращение аргумента
- в) не определен

3. Если функция $y(x)$ непрерывна на $[a;b]$, дифференцируема на $(a;b)$ и $y(a) = y(b)$, то на $(a;b)$ можно найти хотя бы одну точку, в которой

- а. производная функции обращается в ноль
- б. производная функции не существует
- в. функция не определена.

4. Функция $y = x^3 + x$

- а) всюду возрастает;
- б) убывает на $(-\infty; 0)$, возрастает на $(0; +\infty)$
- в) возрастает на $(-\infty; 0)$, убывает на $(0; +\infty)$
- г) всюду убывает

5. Функция $y = \frac{1}{x^3} - 3x$ убывает на множестве

- а) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- б) $(-\infty; +\infty)$
- в) $(3; +\infty)$
- г) $(0; 1/3)$

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$

- а. 0
- б. 1
- в. ∞

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$

- а. 1
- б. 0
- в. ∞

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

- а. 3
- б. 1
- в. ∞

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin(x-1)}{x-1}$

- а. 1
- б. 0
- в. ∞

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{2x}$

- а. 4
- б. 1
- в. ∞

11. Производная функции $y = e^{x^2}$ равна

- а. $2xe^{x^2}$
- б. $2xe^x$
- в. e^{x^2}
- г. $2e^{x^2}$

12. Производная функции $y = \ln x^2$ равна

- а. $\frac{2}{x}$
- б. $\frac{1}{x^2}$
- в. $\frac{1}{2x}$
- г. $\frac{2}{x^2}$

13. Вторая производная функции $y = 2^x$ равна

- а. $2^x \ln^2 2$
- б. $2^x 2 \ln 2$
- в. $2^x \ln 2$
- г. $x 2^{x-1}$

14. Вторая производная функции $y = -\frac{1}{x^2}$ равна

- а) $-\frac{6}{x^4}$
- б) $-\frac{1}{x^4}$
- в) $-\frac{3}{x^4}$
- г) $\frac{1}{x^4}$

15. Вторая производная функции $y = \sin 3x$ равна

- а) $-9 \sin 3x$
- б) $-3 \sin 3x$
- в) $9 \sin 3x$

г) $3 \sin 3x$

16. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 3x - 8$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

- а) 15
- б) 12
- в) 4
- г) 7

17. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2x^3 + 5x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- а) 29
- б) 26
- в) 16
- г) 24

18. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 5x^2 + 2x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

- а) 32
- б) 51
- в) 30
- г) 45

19. Производная функции $y = \ln^2 x$ равна

- а) $\frac{2 \ln x}{x}$
- б) $2 \ln x$
- в) $\frac{2}{x}$

20. Вычислить $\int \frac{dx}{x-2}$

- а) $\ln|x-2| + C$
- б) $\ln|x| + C$
- в) $-\frac{1}{(x-2)^2} + C$

21. Вычислить $\int \frac{dx}{3x-4}$

- а) $\frac{1}{3} \ln|3x-4| + C$
- б) $\ln|3x-4| + C$
- в) $\frac{1}{(3x-4)^2} + C$

22. Вычислить $\int \frac{dx}{4+x^2}$

- а) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$
- б) $\operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$
- в) $\ln(4+x^2) + C$

23. Вычислить $\int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$

- а. $2\sqrt{x} + 2\operatorname{arctg} \sqrt{x} + C$
 б. $\ln(1+x) + C$
 в. $2\sqrt{x} + \ln(1+x) + C$

24. Вычислить $\int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}}$

- а. $\arcsin \frac{x}{2\sqrt{2}} + C$
 б. $\arcsin x + C$
 в. $\ln |x + \sqrt{8-x^2}| + C$

25. Вычислить $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$

- а. $\ln|x| + 2\operatorname{arctg} x + C$
 б. $\ln|x| + \ln(1+x^2) + C$
 в. $\ln|x| + \operatorname{arctg} x + C$

Ключ

Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Правильный ответ	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
Номер вопроса	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
Правильный ответ	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а					

3 семестр

1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^n}$

- а. сходится
 б. расходится.

2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$

- а. сходится условно
 б. расходится
 в. сходится абсолютно

3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$

- а. сходится
 б. расходится

4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(n+1)}$

- а. сходится абсолютно
 б. сходится условно
 в. расходится

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n}$

- а. расходится
- б. сходится абсолютно
- в. сходится условно

6. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n+1}$

- а. сходится условно
- б. сходится абсолютно
- в. расходится

7. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n!}$

- а. сходится
- б. расходится

8. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{5n+1}}$

- а. сходится условно
- б. сходится абсолютно
- в. расходится

9. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$

- а. сходится
- б. расходится.

10. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{3n-1}}$

- а. сходится условно
- б. расходится
- в. сходится абсолютно

11. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$

- а. сходится
- б. расходится

12. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^n}$

- а. расходится
- б. сходится абсолютно
- в. сходится условно

13. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{2n^2-1}$

- а. сходится условно
- б. сходится абсолютно
- в. расходится

14. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n}{n!}$

- а. сходится
- б. расходится

15. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n}{\sqrt{n^3 + 1}}$

- а. сходится условно
- б. сходится абсолютно
- в. расходится

16. Задача нахождения частного решения дифференциального уравнения по заданным начальным условиям называется

- д) задачей Коши;
- е) краевой задачей;
- ж) смешанной задачей;
- з) задачей Ньютона.

17. К какому типу относится уравнение $(1 + x^2)dy + (2xy - x^2)dx = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

18. К какому типу относится уравнение $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

19. К какому типу относится уравнение $(2x - y)dx + (2y + x)dy = 0$?

- а) Уравнение с разделяющимися переменными
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

20. К какому типу относится уравнение $(x + y)dy + (2y - x)dx = 0$?

- а) Уравнение с разделяющимися переменными
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

21. К какому типу относится уравнение $(x + y)dy + (2y - 3x)dx = 0$?

- а) Уравнение с разделяющимися переменными
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

22. К какому типу относится уравнение $(x^2 + 1)dy + (ye^x - \sin x)dx = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

23. К какому типу относится уравнение $(2xy + 1)dx - dy = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах

в) Однородное уравнение

24. К какому типу относится уравнение $x^3 dy + (3x^2 y - 2) dx = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

25. К какому типу относится уравнение $x^2 dy - (x^2 + 2x - 2y) dx = 0$?

- а) Линейное уравнение первого порядка
- б) Уравнение в полных дифференциалах
- в) Однородное уравнение

Ключ

Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Правильный ответ	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
Номер вопроса	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
Правильный ответ	а	а	в	в	в	в	а	а	а	а					

4.1.2. Контрольная работа. Тема 1. Линейная алгебра. Тема 2. Векторная алгебра. Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. Тема 5. Комплексные числа. Тема 6. Введение в анализ. Тема 7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Тема 8. Интегральное исчисление функций одной переменной. Тема 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 10. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Тема 11. Дифференциальные уравнения. Тема 12. Ряды.

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Контрольная работа проводится в часы аудиторной, а также самостоятельной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

4.1.2.2 Критерии оценивания

Оценка «Отлично» ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Продемонстрировал высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Оценка «Хорошо» ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Оценка «Удовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задания выполнил менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

1 семестр.

Темы 1-4.

Вариант 1.

1. Вычислить определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$$

Ответ: 36

2. Решить систему линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$$

Ответ: (5; 6; 10)

Вариант 2.

1. Вычислить определитель третьего порядка
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$
.

Ответ: 11

2. Решить систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Ответ: (3; 2; 1)

2 семестр.

Темы 5-8.

Вариант 1.

1. Вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 6x^2 + 9x - 2}{x^3 - x^2 + 1}$$

Ответ: ∞

2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 5x^2 + 2x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.

Ответ: 32

3. Вычислить неопределенный интеграл
$$\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

Ответ: $\frac{3x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \ln x + C$

Вариант 2.

1. Вычислить предел
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^3 - 5x^2 + 4x + 10}$$

Ответ: 1

2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2x^3 + 5x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Ответ: 29

3. Вычислить неопределенный интеграл
$$\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

Ответ: $\frac{x^3}{3} - 3x + 2\ln x + C$

3 семестр.

Темы 9-12.

Вариант 1.

1. Является ли данная функция решением дифференциального уравнения.

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$, $y'' + 4y' - 5y = 0$.

Ответ: Да

2. Решить задачу Коши: $y' = 4x^3 - 2x + 5$, $y(1) = 8$.

Ответ: $y = x^4 - x^2 + 5x + 3$

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Ответ: сходится условно

Вариант 2.

1. Является ли данная функция решением дифференциального уравнения.

$$y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$$

Ответ: Нет

2. Решить задачу Коши: $y' = 3x^2 - 2x + 6$, $y(2) = 19$.

Ответ: $y = x^3 - x^2 + 6x + 3$

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(n+1)}$.

Ответ: сходится абсолютно

4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

По дисциплине предусмотрен экзамен в 1 и 3 семестрах, зачет во 2 семестре. Они проходят по билетам. В каждом билете содержится один теоретический вопрос и одна задача. Экзамен/зачет проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов математики.

4.2.1.2. Критерии оценивания.

Оценка «Отлично» ставится, если обучающийся:

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

Оценка «Хорошо» ставится, если обучающийся:

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продemonстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

Оценка «Удовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

4.2.1.3. Оценочные средства.

1 семестр.

Темы 1-4.

Вопросы к экзамену:

1. Матрицы, их виды.

Ответ:

Определение 1. Матрицей называется прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов. Матрица

записывается в виде $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ или кратко $A = (a_{ij})$, где i – номер строки, j – номер столбца.

Матрицу A называют матрицей размера $m \times n$ и пишут $A_{m \times n}$. Элементы матрицы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего левого угла, образуют *главную диагональ*.

Определение 2. Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется *квадратной*.

Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю, называется *диагональной*.

Диагональная матрица, у которой каждый элемент главной диагонали равен единице, называется *единичной*.

Обозначается буквой E . Например $E_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица 3-го порядка.

Квадратная матрица называется *треугольной*, если все элементы, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю.

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется *нулевой*.

2. Действия над матрицами

Ответ:

1. *Сложение.* Операция сложения матриц вводится только для матриц одинаковых размеров. Суммой двух матриц

$A_{m \times n} = (a_{ij})$ и $B_{m \times n} = (b_{ij})$ называется матрица

$C_{m \times n} = (c_{ij})$, такая, что $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

2. *Умножение на число.* Произведением матрицы $A_{m \times n} = (a_{ij})$ на число k называется матрица $B_{m \times n} = (b_{ij})$ такая, что $b_{ij} = k \cdot a_{ij}$.

Произведение матриц. Операция умножения двух матриц вводится только для случая, когда **число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы**. Например, произведением матрицы

$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$ на матрицу

$B_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$ является матрица $C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$ такая, что

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31};$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32};$$

$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31};$$

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32}.$$

Следует помнить, что $AB \neq BA$.

3. Методы решения систем линейных уравнений.

Ответ:

Система трех линейных уравнений с тремя неизвестными x_1, x_2, x_3 имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

где a_{ij} – коэффициенты системы, b_i – свободные члены.

Определитель третьего порядка Δ , составленный из коэффициентов при неизвестных, называется определителем системы.

Решением системы называется три значения неизвестных $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3$ при подстановке которых все уравнения системы обращаются в верные равенства.

Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Пусть дана система из трех уравнений с тремя неизвестными

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Если $\Delta \neq 0$, то единственное решение системы выражается формулами Крамера:

$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta}$, $x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}$, $x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta}$, где $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ – определители третьего порядка, получаемые из определителя Δ заменой первого, второго или третьего столбца соответственно свободными членами b_1, b_2, b_3 .

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса

Процесс решения методом Гаусса состоит из двух этапов. На первом этапе (прямой ход) система приводится к ступенчатому виду, т.е. надо, применяя элементарные преобразования матриц, преобразовать матрицу $\bar{A}$ так, чтобы все элементы под главной диагональю были нулевыми.

На втором этапе (обратный ход) идет последовательное определение неизвестных из этой ступенчатой системы.

4. Векторы.

Ответ:

Определение 1. Вектор – это отрезок, имеющий определенную длину и направление. Если A – начало вектора, B – его конец, то вектор обозначается символом $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$.

Вектор $\overrightarrow{BA}$ называется *противоположным* вектору $\overrightarrow{AB}$. Вектор, противоположный вектору $\vec{a}$, обозначается $-\vec{a}$.

Определение 2. Длиной или модулем вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB и обозначается $|\overrightarrow{AB}|$ или $|\vec{a}|$.

Вектор, длина которого равна нулю, называется *нулевым* вектором и обозначается $\vec{0}$. Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным* вектором и обозначается через $\vec{e}$.

Определение 3. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются *коллинеарными*, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Коллинеарные векторы могут быть направлены одинаково или противоположно. Нулевой вектор коллинеарен любому вектору.

Определение 4. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются *равными* ($\vec{a} = \vec{b}$), если они коллинеарны, одинаково направлены и имеют одинаковые длины.

Определение 5. Три вектора в пространстве называются *компланарными*, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

5. Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Координаты вектора.

Ответ:

Пусть даны два вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, тогда:

$$1. \vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z);$$

$$2. \lambda \vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z);$$

$$3. \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = b_x, \\ a_y = b_y, \\ a_z = b_z. \end{cases}$$

4. Вектор $\vec{a}$ коллинеарен вектору $\vec{b}$ тогда и только тогда, когда выполняется условие

$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$, т.е. координаты коллинеарных векторов пропорциональны. Верно и обратное: векторы, имеющие пропорциональные координаты, коллинеарны.

5. Пусть в пространстве задана прямоугольная система координат $Oxyz$. Вектор $\overrightarrow{OM}$, начало которого находится в начале координат, а конец в точке $M(x, y, z)$ называется *радиусом-вектором* точки M и обозначается $r_M = r$, причем $r_M = r = \overrightarrow{OM} = (x, y, z)$.

Тогда если известны координаты точек $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$, то

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1).$$

6. Скалярное произведение векторов.

Ответ:

Определение 1. Скалярным произведением двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними. Обозначается $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $(\vec{a}, \vec{b})$. Итак, по определению

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi, \text{ где } \varphi = (\vec{a}, \vec{b}) \quad (1).$$

Свойства скалярного произведения:

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$, т.к. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi = |\vec{b}| \cdot |\vec{a}| \cos \varphi = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
2. $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b})$;
3. $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$;
4. $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos 0 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| = |\vec{a}|^2$, т.е. скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины;
5. Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю, т.е. если $\vec{a} \perp \vec{b}$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Справедливо и обратное: если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ и $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$, то $\vec{a} \perp \vec{b}$;
6. Если $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$;
7. Так как $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$, то $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$, где $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$.

7. Векторное произведение векторов.

Ответ:

Определение 1. Векторным произведением вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ называется вектор $\vec{c}$, который:

1. перпендикулярен векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;
2. имеет длину $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \varphi$, где $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$.
3. векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку.

Векторное произведение обозначается $\vec{a} \times \vec{b}$ или $[\vec{a}, \vec{b}]$.

Свойства векторного произведения:

1. $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$;
2. $\lambda(\vec{a} \times \vec{b}) = (\lambda \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda \vec{b})$;
3. Два ненулевых вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно нулевому вектору, т.е. $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$;
4. $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$;
5. Если $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, то

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}.$$

1. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет равна $S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$, а площадь параллелограмма - $S_{\Delta} = |\vec{a} \times \vec{b}|$.

8. Общее уравнение прямой, его частные случаи.

Ответ:

Всякое уравнение первой степени относительно x и y , т.е. уравнение вида

$$Ax + By + C = 0 \quad (1)$$

(где A , B и C – постоянные коэффициенты, причем $A^2 + B^2 \neq 0$) определяет на плоскости некоторую прямую. Это уравнение называется *общим уравнением прямой*.

Если $B = 0$, то уравнение (1) имеет вид $Ax + C = 0$, т.е. $x = -\frac{C}{A}$ – уравнение прямой, параллельной оси Oy .

Если $B \neq 0$, то из (1) получим уравнение вида $y = kx + b$ – уравнение прямой с угловым коэффициентом (здесь $k = -\frac{A}{B}$, $b = -\frac{C}{B}$).

Если $A = 0$, то уравнение (1) приводится к виду $y = -\frac{C}{B}$ - уравнение прямой, параллельной оси Ox .

Если $C = 0$, то из (1) получаем $y = -\frac{A}{B}x$ - уравнение прямой, проходящей через начало координат.

3 семестр.

Темы 9-12.

Вопросы к экзамену:

1. Числовые ряды. Основные понятия.

Ответ:

Пусть задана числовая последовательность $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$. Из членов этой последовательности составим суммы $S_1 = u_1, S_2 = u_1 + u_2, \dots, S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n, \dots$. Получим новую последовательность $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$.

Определение 1. Символ $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ называется рядом. Числа $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ называются его членами, u_n — общий член ряда. Конечная сумма $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ называется n -ой частичной суммой данного ряда.

Определение 2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ называется сходящимся, если последовательность его частичных сумм $\{S_n\}$ имеет конечный предел. Ряд называется расходящимся, если последовательность $\{S_n\}$ не имеет конечного предела.

Определение 3. Суммой S сходящегося ряда называется предел последовательности его частичных сумм:

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n. \text{ В этом случае пишут } S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \text{ или } S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

Расходящиеся ряды можно разделить на две категории:

- 1) собственно расходящиеся ряды, у которых $\{S_n\}$ имеет пределом $\infty(+\infty, -\infty)$. Пишут $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = \infty(+\infty, -\infty)$.
- 2) ряды, у которых $\{S_n\}$ не имеет ни конечного ни бесконечного предела.

2. Сравнение рядов с положительными членами

Ответ:

Сходимость или расходимость ряда с положительными членами часто устанавливается путем сравнения с другим рядом, заведомо сходящимся или расходящимся.

Пусть даны два ряда с *положительными* членами $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ (2)

Теорема 1. Если, хотя бы начиная с некоторого места (например, при $n > N$), выполняется неравенство $u_n \leq v_n$, то:

- 1) из сходимости ряда (2) вытекает сходимость ряда (1);
- 2) из расходимости ряда (1) вытекает расходимость ряда (2).

Теорема 2. Пусть даны два ряда с положительными членами (1) и (2). Если существует конечный $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = k \neq 0$, то либо оба ряда сходятся, либо оба расходятся.

3. Необходимый и достаточные признаки сходимости положительных рядов.

Ответ:

Признак Даламбера

Теорема 1. Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ с положительными членами существует $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, при $q > 1$ расходится.

Замечание. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$, то признак Даламбера не позволяет судить о поведении ряда.

Признак Коши

Теорема 2. Если существует $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = q$, то при $q < 1$ ряд (1) сходится, при $q > 1$ расходится.

Замечание. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = 1$, то признак Коши не позволяет судить о поведении ряда.

4. Знакопередающиеся ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды

Ответ:

Ряд называется знакопередающимся, если знак любого его члена противоположен знаку следующего за ним члена. Члены знакопередающихся рядов записывают так, чтобы их знаки были видны сразу. Например, $c_1 - c_2 + c_3 - \dots + (-1)^{n-1} c_n + \dots$, где $c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$ положительны.

Теорема 1 (Признак Лейбница). Если члены знакопередающегося ряда убывают на абсолютной величине и $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, то ряд сходится.

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) называется *абсолютно сходящимся*, если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ (2) сходится.

Ясно, что сходящийся ряд с положительными членами является абсолютно сходящимся.

Теорема 2. Если ряд абсолютно сходится, то он сходится.

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) сходится, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ (2) расходится, то ряд (1) называется *условно сходящимся*.

5. Дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения.

Ответ:

Определение 1. Обыкновенным дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее независимую переменную, неизвестную функцию этой переменной и ее производные различных порядков.

Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок входящих в него производных.

Например, $y'' - 3xy^3 + \cos(x + y') = 0$ - обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка.

Общий вид обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка: $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$, где F некоторая функция $(n + 2)$ переменных.

Определение 2. Всякая функция $y = y(x)$, при подстановке которой обыкновенное дифференциальное уравнение обращается в тождество, называется решением этого дифференциального уравнения.

Всякое обыкновенное дифференциальное уравнение имеет бесконечное множество решений. Для обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка существует решение, содержащее n произвольных постоянных. Такое решение называется *общим решением*. Придавая произвольным постоянным общего решения различные числовые значения, будем получать *частные решения* дифференциального уравнения. Частное решение дифференциального уравнения не содержит произвольных постоянных.

Операцию нахождения решений дифференциального уравнения называют *интегрированием* дифференциального уравнения. График решения дифференциального уравнения называют *интегральной кривой* этого дифференциального уравнения.

6. Уравнения с разделяющимися переменными. Алгоритм решения.

Ответ:

Дифференциальными уравнениями с **разделяющимися переменными** называются уравнения вида

$$\frac{dy}{dx} = g(x) \cdot h(y). \quad (1)$$

Предполагая $g(x)$ и $h(y)$ непрерывными в некоторой области G и $h(y) \neq 0$, произведем разделение переменных.

$$\frac{dy}{h(y)} = g(x) dx.$$

Так как функции $g(x)$ и $\frac{1}{h(y)}$ непрерывны в G , то они имеют первообразные, отличающиеся только на постоянную.

$$\int \frac{dy}{h(y)} = \int g(x) dx + c. \quad (2)$$

Соотношение (2) является общим решением уравнения (1).

Иногда дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными задаются в другой форме, которую называют симметричной $M(x)N(y)dx + P(x)Q(y)dy = 0$. (3)

При такой записи переменные x и y равноправны. Решение уравнения (3) можно искать либо в виде $y = f(x, c)$, либо в виде $x = \varphi(y, c)$, или в виде интеграла $\Phi(x, y, c) = 0$. Разделяя в (3) переменные, получим общий интеграл

$$\int \frac{M(x)}{P(x)} dx + \int \frac{Q(y)}{N(y)} dy = c \quad (P(x) \neq 0, N(y) \neq 0).$$

Если $P(\alpha) = 0$ или $N(\beta) = 0$, то непосредственной подстановкой в (3) убеждается, что $x = \alpha$ и $y = \beta$ - тоже решения уравнения (3).

7. Понятие линейного дифференциального уравнения n-го порядка

Ответ:

Дифференциальное уравнение n -го порядка называется линейным, если оно является уравнением первой степени относительно $y, y', \dots, y^{(n)}$, т.е. $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y = v(x)$. (1)

Уравнение (1) называется однородным, если $v(x) \equiv 0$ и неоднородным в противном случае.

Рассмотрим линейное однородное уравнение.

$$L(y) = y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y = 0 \quad (2)$$

с непрерывными на (a, b) функциями $p_i(x)$ ($i = \overline{1, n}$).

Теорема 1. Если y_1 и y_2 — решения уравнения (2), то cy_1 и $y_1 + y_2$ ($c = \text{const}$) тоже решения уравнения (2).

Следствие. Если $y_1, y_2, \dots, y_n$ — решения уравнения (2), то их линейная комбинация $y = c_1y_1 + c_2y_2 + \dots + c_ny_n$ ($c_i = \text{const}, i = \overline{1, n}$) является решением уравнения (2).

8. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Алгоритм решения.

Ответ:

Общее правило нахождения решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

1. Составим характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$.
2. Находим корни характеристического уравнения k_1, k_2 .
3. В зависимости от значений корней характеристического уравнения записываем

постоянными коэффициентами в виде:

- $y_{\text{одн}} = c_1e^{k_1x} + c_2e^{k_2x}, k_1 \neq k_2, k_1, k_2 \in R;$
- $y_{\text{одн}} = c_1e^{k_1x} + c_2xe^{k_1x}, k_1 = k_2, k_1, k_2 \in R;$
- $y_{\text{одн}} = c_1e^{\alpha x} \cos \beta x + c_2e^{\alpha x} \sin \beta x, k_1 = \alpha + \beta i, k_2 = \alpha - \beta i.$

4.2.2. Решение задачи.

4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Предлагаются задачи на проверку умений решать типовые задачи математики.

4.2.2.2. Критерии оценивания.

Оценка «Отлично» ставится, если обучающийся:

Задание выполнил полностью и правильно.

Оценка «Хорошо» ставится, если обучающийся:

Задание выполнил полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

Оценка «Удовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задание выполнил частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:

Задание не выполнил или выполнил с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

4.2.2.3. Оценочные средства.

1 семестр

Практическая часть к экзамену

Даны координаты вершин ΔABC . Определить: 1) Длину стороны AB ; 2) Уравнение стороны AB ;

- 1.1. $A(6;2); B(-3;-2); C(-8;3)$
- 1.2. $A(-1;4); B(11;-1); C(17;7)$
- 1.3. $A(9;1); B(-3;-4); C(-7;-1)$
- 1.4. $A(-2;6); B(10;1); C(16;9)$
- 1.5. $A(11;0); B(-1;-5); C(-5;-2)$
- 1.6. $A(-3;5); B(9;0); C(15;8)$
- 1.7. $A(2;6); B(14;1); C(20;9)$
- 1.8. $A(5;0); B(-7;-5); C(-11;-2)$

Задание	Ответ 1)	Ответ 2)
1.1	$\sqrt{97}$	$-4x + 9y + 6 = 0$
1.2	13	$-5x + 12y + 43 = 0$
1.3	13	$-5x + 12y + 33 = 0$
1.4	13	$-5x - 12y + 82 = 0$
1.5	13	$-5x + 12y + 55 = 0$
1.6	13	$-5x - 12y + 45 = 0$
1.7	13	$-5x - 12y + 82 = 0$
1.8	13	$-5x + 12y + 25 = 0$

3 семестр

Практическая часть к экзамену

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений.

2. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0.$

Ответ: Да

3. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$

Ответ: Нет

4. $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2.$

Ответ: Да

5. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y.$

Ответ: Нет

6. $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$

Ответ: Да

7. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$

Ответ: Нет

8. $y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$

Ответ: Да

9. $y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$

Ответ: Нет

4.3.1. Зачет

4.3.1.1. Порядок проведения.

Зачет нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Обучающийся получает вопрос (вопросы) либо задание (задания) и время на подготовку.

Зачет проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

4.3.1.2. Критерии оценивания.

Зачтено ставится, если обучающийся:

обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.

Не зачтено ставится, если обучающийся:

обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

4.3.1.3. Оценочные средства

Вопросы к зачету

2 семестр.

Темы 5-8.

Вопросы к зачету:

1. Понятие предела функции в точке

Ответ:

Определение 1. Число A называется *пределом функции* $f(x)$ в точке x_0 , если для любой последовательности $\{x_n\}$, такой, что $x_n \in (a; b)$, $x_n \neq x_0$, сходящейся к x_0 , последовательность $\{f(x_n)\}$ сходится к A .

Пишут $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$. Это определение Гейне.

Существует и определение Коши.

Определение 3. Число A называется *пределом функции* $f(x)$ в точке x_0 , если для любого наперед заданного как угодно малого $\varepsilon > 0$ существует такое число $\delta > 0$, зависящее только от ε , что для всех x , удовлетворяющих условиям $x \in (a; b)$, $x \neq x_0$, $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Определения Коши и Гейне равносильны.

Теорема 1. Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ существует, то он единственен.

2. Теоремы о пределах

Ответ:

Теорема 1 (предел суммы). Если в точке x_0 существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A \pm B$$

Теореме 2 легко обобщить на любое конечное число слагаемых.

Теорема 2 (предел произведения). Если в точке x_0 существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A \cdot B$$

Следствие 1. $\lim_{x \rightarrow x_0} c \cdot f(x) = c \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $c - \text{const}$.

Следствие 2. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^k = (\lim_{x \rightarrow x_0} f(x))^k$, k – натуральное число.

Теорема 3 (предел частного). Если в точке x_0 существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, причем $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$, то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = A/B$$

Теорема 4. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$, $\lim_{x \rightarrow a} c = c$,

3. Неопределенный интеграл и его свойства

Ответ:

Определение 1. Функция $F(x)$, определенная на P , называется **первообразной** для функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x), \quad \forall x \in P$.

Если $F(x)$ - первообразная для $f(x)$, то $F(x) + C$ тоже является первообразной для $f(x)$, т.к. $(F(x)+C)' = F'(x) = f(x)$.

Определение 2. Совокупность всех первообразных для функции $f(x)$, определенных на промежутке P , называется неопределенным интегралом функции $f(x)$ на множестве P и обозначается $\int f(x)dx$, т.е.

$\int f(x)dx = F(x) + C$. Здесь x – переменная интегрирования; $f(x)$ - подынтегральная функция; $f(x)dx$ - подынтегральное выражение. Операция нахождения неопределенного интеграла называется интегрированием.

Свойства неопределенного интеграла.

1. $(\int f(x)dx)' = (F(x) + C)' = f(x)$ по определению неопределенного интеграла.

2. $d(\int f(x)dx) = (f(x)dx)' dx = f(x)dx$.

3. $f(x)dx = F'(x)dx = dF(x)$, т.е.

$\int f(x)dx = \int dF(x) = F(x) + C$.

4. $\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$.

5. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

4. Определенный интеграл и его основные свойства. Формула Ньютона – Лейбница

Ответ:

Пусть на $[a; b]$ задана функция $f(x)$. Разобьем $[a; b]$ на n произвольных частей точками деления $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Эту систему точек $x_i (i = \overline{1, n})$ назовем разбиением T сегмента $[a; b]$.

$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, \lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \Delta x_i$.

Число λ зависит только от разбиения T , т.е. $\lambda = \lambda(T)$. Выберем произвольную точку $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i] (i = \overline{1, n})$ и составим сумму

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

Определение 1. Сумма (1) называется интегральной суммой или суммой Римана для функции $f(x)$ на $[a; b]$.

Определение 2. Если существует $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma = J$, то этот предел называется определенным интегралом функции $f(x)$ на $[a; b]$.

Пишут $\int_a^b f(x)dx$, a – нижний, b – верхний предел интегрирования.

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, $F(x)$ - какая-нибудь из ее первообразных на $[a; b]$. Тогда

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (2)$$

Эта формула называется формулой Ньютона-Лейбница.

5. Правила дифференцирования

Ответ:

1. $(c)' = 0, c = \text{const.}$

2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$.

3. $(c \cdot u)' = c \cdot u', c = \text{const.}$

4. $(uv)' = u'v + uv'$.

5. $(y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n)' = y_1' y_2 \cdot \dots \cdot y_n + y_1 y_2' y_3 \cdot \dots \cdot y_n + \dots + y_1 y_2 \cdot \dots \cdot y_n'.$
6. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$
7. $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}.$
8. $y_x' = y_u' \cdot u_x'.$
9. $x_y' = \frac{1}{y_x'}; \quad y_x' = \frac{1}{x_y'}.$
10. $y_x' = y(\ln y)_x'.$

6. Основные формулы дифференцирования

Ответ:

1. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}.$
11. $(\operatorname{ctgx})' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \operatorname{ctg}^2 x).$
2. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$
12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$
13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
4. $(a^x)' = a^x \ln a.$
14. $(\operatorname{arctgx})' = \frac{1}{1+x^2}.$
5. $(e^x)' = e^x.$
15. $(\operatorname{arcctgx})' = -\frac{1}{1+x^2}.$
6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}.$
16. $(\operatorname{sh}x)' = \operatorname{ch}x.$
7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}.$
17. $(\operatorname{ch}x)' = \operatorname{sh}x.$
8. $(\sin x)' = \cos x.$
18. $(\operatorname{th}x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}.$
9. $(\cos x)' = -\sin x.$
19. $(\operatorname{cth}x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}.$
10. $(\operatorname{tg}x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x.$

7. Основные формулы интегрирования

Ответ:

1. $\int 0 dx = C,$
2. $\int dx = x + C,$
3. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,$
4. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C,$
5. $\int e^x dx = e^x + C,$
6. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,$
7. $\int \sin x dx = -\cos x + C,$
8. $\int \cos x dx = \sin x + C,$
9. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}x + C,$
10. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctgx} + C,$
11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctgx} + C,$
12. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C,$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C, \quad 14. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C,$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C,$$

$$16. \int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C.$$

8. Комплексные числа.

Ответ:

Комплексным числом z называется символ $z = x + iy$. x и y – действительные числа, i – мнимая единица, $i^2 = -1$. Число $x = \operatorname{Re} z$ называется *действительной частью*, $y = \operatorname{Im} z$ – *мнимой частью* комплексного числа $z = x + iy$. Два комплексных числа $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ равны тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$. Понятия «больше», «меньше» к комплексным числам не применимы.

Для геометрического изображения комплексных чисел на плоскости выбирают прямоугольную декартову систему координат и точку (x, y) рассматривают как образ числа $z = x + iy$.

Для геометрического изображения комплексного числа $x + iy$ кроме точки $M(x, y)$ используют также вектор с проекциями x и y на координатные оси. Его начало можно помещать в произвольную точку. Термины «комплексное число z » и «вектор z » употребляются тоже как синонимы. Длина $|z|$ вектора z называется *модулем комплексного числа z* . Если $z = x + iy$, то $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Угол между положительным направлением действительной оси и вектором z называется *аргументом комплексного числа z* . То значение аргумента, которое удовлетворяет условию $-\pi < \varphi \leq \pi$, называется *главным значением аргумента* и обозначается через $\arg z = \varphi$.

$x = |z| \cos \varphi$, $y = |z| \sin \varphi$. Тогда $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ – *тригонометрическая форма комплексного числа*.

Запись $z = x + iy$ называется *алгебраической формой* комплексного числа.

4.3.2. Решение задачи.

4.3.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Предлагаются задачи на проверку умений решать типовые задачи математики.

4.3.2.2. Критерии оценивания.

Оценка зачтено ставится, если обучающийся:

Задание выполнил полностью и правильно.

Оценка «Незачтено» ставится, если обучающийся:

Задание не выполнил или выполнил с большим количеством фактических и вычислительных ошибок

Задания к зачету

Вычислите неопределенные интегралы

$$1. \int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

Ответ: $5 \sin x - x^3 + \ln x + C$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

Ответ: $\frac{3x^4}{4} - \frac{x^2}{3} + \ln x + C$

$$3. \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

Ответ: $\tan x + \arcsin x + C$

4. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Ответ: $\frac{1}{4} \arctg 4x + C$

5. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+5) \cos x dx.$

Ответ: $(x+5) \sin x + \cos x + C$

6. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

Ответ: $-6 \cos x + x^4 - \ln x + C$

7. $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

Ответ: $\frac{x^3}{3} - 3x + 2 \ln x + C$

8. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

Ответ: $\arctg x - \ctg x + C$

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль подготовки: Физические основы мехатроники и робототехники

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

Основная литература:

1. Березина, Н.А. Математика: учеб. пособие / Н.А. Березина, Е.Л. Максина. - Москва: ИЦ РИОР; НИЦ Инфра-М, 2013. - 175 с. - ISBN 978-5-369-00061-8. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/369492>. - Режим доступа: по подписке
2. Шершнев, В. Г. Математический анализ: учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1911157>. – Режим доступа: по подписке.
3. Шершнев, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями / Шершнев В.Г. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2025. - 164 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018502-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2172579>. – Режим доступа: по подписке.

Дополнительная литература:

1. Протасов, Ю. М. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Протасов. - Москва: Флинта: Наука, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 (Флинта), ISBN 978-5-02-037708-0 (Наука). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/455635>. – Режим доступа: по подписке.
2. Ячменев, Л. Т. Высшая математика : учебник / Л. Т. Ячменёв. - Москва: РИОР : ИНФРА-М, 2020. - 752 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1056564>. – Режим доступа: по подписке.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль подготовки: Физические основы мехатроники и робототехники

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очно-заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Программное обеспечение: операционная система Windows, Microsoft Office, Kaspersky Free для Windows

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»