

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 26.02.2026 10:27:45  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ  
Директор  
Елабужского института КФУ  
  
И.Е. Мерзон.  
" 24 " 02 ФЕВРАЛЯ 2022 г.  
МП

**Программа дисциплины (модуля)**  
Дополнительные главы математического анализа

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н (Кафедра математики и прикладной информатики)

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.1	Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач с учетом действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.2	Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выбирать способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.3	Владеть навыками определения круга задач в рамках поставленной цели, выбора оптимальных способов их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов.

Должен уметь:

определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор.

Должен владеть:

навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа.

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.02.02 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)" и относится к дисциплинам по выбору и части, формируемой участниками образовательных отношений.  
Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 54 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 54 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 8 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	С е м е с тр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	8	8	16	0	22
2.	Тема 2. Кратные интегралы	8	6	10	0	16
3.	Тема 3. Криволинейные интегралы	8	4	10	0	16
	Итого: 144 ч. (из них 36 ч. контроль)		18	36	0	54

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Функциональные определители. Производная по направлению. Неявные функции. Уравнения касательной к кривой и касательной плоскости к поверхности. Частные производные высших порядков и их независимость от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложных функций. Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Условные экстремумы.

**Тема 2. Кратные интегралы**

Двойной интеграл. Существование двойного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства двойного интеграла. Вычисление повторным интегрированием. Замена переменных. Тройной интеграл. Замена переменных в тройном интеграле. Приложения двойных и тройных интегралов (площадь фигуры, площадь поверхности вращения, объем).

**Тема 3. Криволинейные интегралы**

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Задача о работе плоского силового поля. Криволинейный интеграл и его свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Криволинейные интегралы зависящие только от начала и конца пути интегрирования. Криволинейные интегралы по длине дуги.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения

высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Математическое бюро (МатБюро) <https://www.matburo.ru/>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
практические занятия	Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную преподавателем литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач. На практическом занятии главное - уяснить связь решаемых задач с теоретическими положениями. При решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий метод решения подобных задач.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого

	умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену/зачёту
экзамен	Экзамен по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. Студент имеет право добрать недостающие для желаемой оценки баллы, решая дополнительные задачи и отвечая на дополнительные вопросы. На экзамене учитывается работа студента в течение семестра

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория №81 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Комплект мебели (посадочных мест) 40 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Мультимедийный экран 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор EPSON EB-980W 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны. Портреты 5 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизуовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**  
**Б1.В.ДВ.02.02 Дополнительные главы математического анализа**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Профиль подготовки: Математика и физика  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## Содержание

- [1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине \(модулю\)](#)
- [2. Критерии оценивания сформированности компетенций](#)
- [3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию](#)
- [4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания](#)
  - [4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ](#)
    - [4.1.1. Устный опрос.](#)
      - [4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания](#)
      - [4.1.1.2. Критерии оценивания](#)
      - [4.1.1.3. Содержание оценочного средства](#)
    - [4.1.2. Письменная работа.](#)
      - [4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания](#)
      - [4.1.2.2. Критерии оценивания](#)
      - [4.1.2.3. Содержание оценочного средства](#)
  - [4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ \(ЭКЗАМЕН\)](#)
    - [4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос](#)
      - [4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания](#)
      - [4.2.1.2. Критерии оценивания](#)
      - [4.2.1.3. Оценочные средства](#)
    - [4.2.2. Решение задач](#)
      - [4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания](#)
      - [4.2.2.2. Критерии оценивания](#)
      - [4.2.2.3. Оценочные средства](#)

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Проверяемые результаты обучения для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	<p>Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов</p> <p>Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор</p> <p>Владеть навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа</p>	<p><b>Текущий контроль:</b></p> <p><b>Письменная работа по темам:</b> Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных Тема 2. Кратные интегралы Тема 3. Криволинейные интегралы.</p> <p><b>Устный опрос по темам:</b> Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных Тема 2. Кратные интегралы Тема 3. Криволинейные интегралы</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> <i>Экзамен.</i></p>

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	
УК-2	Знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов	Знает основные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Знает отдельные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов
	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач математического анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Умеет определять основные задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи.	Не умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор
	Владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического	Владеет основными навыками определения специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического	Владеет отдельными навыками определения основных задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа. Допускает	Не владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных

	анализа	анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	способов решения задач математического анализа;
--	---------	---	--	---

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

8 семестр:

#### Текущий контроль:

Устный опрос по темам: Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 2. Кратные интегралы. Тема 3. Криволинейные интегралы.

Максимальное количество баллов по БРС - 20 баллов.

Письменная работа по темам: Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 2. Кратные интегралы. Тема 3. Криволинейные интегралы.

Максимальное количество баллов по БРС - 30 баллов.

Итого: 20 баллов + 30 баллов = 50 баллов.

#### Промежуточная аттестация – экзамен.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий экзамен обеспечивает случайное распределение вариантов экзаменационных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете.

В каждом билете на зачете с оценкой два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого 20+30=50 баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: 50+50=100 баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Письменная работа.

**Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 2. Кратные интегралы. Тема 3. Криволинейные интегралы.**

##### 4.1.1.1. Порядок проведения.

Письменная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

##### 4.1.1.2 Критерии оценивания

###### 26-30 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Продемонстрировал высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

###### 21-25 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению

конкретных заданий.

**17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**0-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.1.3. Содержание оценочного средства

**Выполнить письменную работу (Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных):**

1. Найти полный дифференциал второго порядка функции  $z = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos y}$ , если  $x$  и  $y$  независимые переменные.

2. Найти частные производные сложной функции:  $z'_t, z'_s$

$$z = \ln(x + y), x = \sin t + \cos s, y = \cos t + \sin s.$$

3. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда наибольшего объема при данной поверхности  $S = 10 \text{ м}^2$ .  $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ .

4. Найти частные производные  $z'_x, z'_y$ .  $4x^3 + 8y - z^5 + e^{x^2+y^2+z^2} = 0$ .

5. Исследовать функцию на экстремум

$$z = 2x^3 - x^2 + xy^2 - 4x + 3$$

**Выполнить письменную работу (Кратные и криволинейные интегралы):**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x^2 + y^2 = 2x, \quad x^2 + y^2 = 4x, \quad y = x, \quad y = 0.$$

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 4x, \quad z = x, \quad z = 2x.$$

3. Вычислить площадь поверхности конуса, вырезанного цилиндром

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0, \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad z = 0.$$

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z, \quad x^2 + y^2 \leq z^2, \quad z = 0.$$

5. Найти центр тяжести усеченной однородной призмы

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x = 2, \quad y = 4, \quad x + y + z = 8.$$

#### 4.1.2. Устный опрос.

**Тема 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 2. Кратные интегралы. Тема 3. Криволинейные интегралы.**

##### 4.1.2.1. Порядок проведения.

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

##### 4.1.2.2 Критерии оценивания

**17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

#### 4.1.2.3. Содержание оценочного средства

##### Темы 1-3

1. Частные производные.
2. Дифференцируемость и дифференциал.
3. Дифференцирование сложной функции.
4. Неявные функции.
5. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6. Двойной интеграл.
7. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
8. Замена переменных в двойном интеграле.
9. Приложения двойных интегралов.
10. Тройной интеграл.
11. Замена переменных в тройном интеграле.
12. Приложения тройных интегралов.
13. Криволинейный интеграл и его основные свойства.
14. Вычисление криволинейных интегралов.
15. Формула Грина.
16. Вычисление площади плоской фигуры через интеграл по ее контуру.
17. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.
18. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации (ЭКЗАМЕН)

По дисциплине предусмотрен экзамен. Экзамен проходит по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. Экзамен проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

##### 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

###### 4.2.1.1. Порядок проведения.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов математики.

###### 4.2.1.2. Критерии оценивания.

**17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### 4.2.1.3. Оценочные средства.

###### Вопросы для устного или письменного ответа

1. Частные производные.
2. Дифференцируемость и дифференциал.
3. Дифференцирование сложной функции.
4. Неявные функции.
5. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6. Частные производные высших порядков.
7. Дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора для функции двух переменных.
9. Экстремумы функций нескольких переменных.
10. Градиент. Производная по направлению.
11. Необходимое условие экстремума.
12. Условный экстремум.
13. Двойной интеграл.
14. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
15. Замена переменных в двойном интеграле.
16. Приложения двойных интегралов.
17. Тройной интеграл.
18. Замена переменных в тройном интеграле.
19. Приложения тройных интегралов.
20. Криволинейный интеграл и его основные свойства.
21. Вычисление криволинейных интегралов.
22. Формула Грина.
23. Вычисление площади плоской фигуры через интеграл по ее контуру.
24. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.
25. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.
26. Криволинейный интеграл по длине дуги.

#### 4.2.2. Решение задач

##### 4.2.2.1. Порядок проведения.

Предлагаются задачи на применение математических знаний в учебной и профессиональной деятельности.

##### 4.2.2.2. Критерии оценивания.

**26-30 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**0-16 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

##### 4.2.2.3. Оценочные средства.

1. Найти частные производные  $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}$ .  $z = \sin(x^4 y^3)$ .

2. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда наибольшего объема при данной поверхности  $S = 10 \text{ м}^2$ .

3. Выразить двойной интеграл через повторные интегралы

а)  $G: y = 0, y = 5, x = 2, x = 4$     б)  $G: y = x, x = 2, y = 0$

в)  $G: y = x^2, y = 4,$

г)  $G: y = x, y = 2 - x, y = 0$

и)  $\iint_G xy dx dy, G: y = 0, x = 1, y = x$

к)  $\iint_G (x - y) dx dy, G: y = x^2, y = 1$

4. Вычислить данный интеграл

$\iint_G \frac{dx dy}{(x + y)^2}, G$  - прямоугольник  $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$ .

5. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования

$\iint_G f(x, y) dx dy$   
в интеграле  $G$

а)  $G: x^2 + y^2 \leq R^2$ .    б)  $G: x^2 + y^2 \leq ax$ .    в)  $G: x^2 + y^2 \leq by$ .

г)  $G: x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 8x, y = x, y = 2x.$

$$\iint_G \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy, \quad G: x^2 + y^2 \leq 1$$

6. Вычислить  $\int_G$

7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 3z, \quad z = 0.$$

8. Вычислить криволинейный интеграл

а)  $\int_L 2x dx + y dy \quad L: y = 5x, x \in [0;1]$  ; б)  $\int_L x dx + y dy \quad L: y = x^2, x \in [0;1]$

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

#### Основная литература:

1. Протасов, Ю. М. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Протасов. - Москва : Флинта : Наука, 2012. - 168 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 (Флинта), ISBN 978-5-02-037708-0 (Наука). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/455635>. - Режим доступа: по подписке.
2. Шершнев, В. Г. Математический анализ: учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1008011> - Режим доступа: по подписке
3. Шершнев, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями: учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 164 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005487-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1127714> - Режим доступа: по подписке.
4. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие / Г. И. Запорожец. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0912-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/149> . — Режим доступа: по подписке.
5. Плотникова Е.Г., Математический анализ: Функции нескольких переменных : сб. инд. заданий / Е.Г. Плотникова, С.В. Левко - М. : ФЛИНТА, 2019. - 150 с. - ISBN 978-5-9765-1841-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976518414.html> . - Режим доступа : по подписке.
6. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. - Часть 1 : Основы математического анализа - 2022. - 444 с. - ISBN 978-5-8114-9104-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/184192> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
7. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник / Г. М. Фихтенгольц. - 11-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020 - Часть 2 - 2020. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-5339-9. - Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/139262> - Режим доступа: по подписке.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Office Professional Plus 2010

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»