

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 26.02.2026 10:27:45  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ  
Директор  
Елабужского института КФУ  
  
Е. В. Мерзон.  
" 24 " 02 20 22 г.  
МП КФУ

Программа дисциплины (модуля)

Геометрия

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Костин А.В.; доцент, к.н. (доцент) Костина Н.Н. (Кафедра математики и прикладной информатики).

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.1	Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач с учетом действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.2	Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выбирать способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
УК-2.3	Владеть навыками определения круга задач в рамках поставленной цели, выбора оптимальных способов их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.2	Уметь осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.3	Владеть способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов.

Должен уметь:

определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач геометрии и аргументировать их выбор;

осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии.

Должен владеть:

навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии;

способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.07.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)" и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2, 3 курсах в 3, 4, 5 семестрах.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных(ые) единиц(ы) на 396 часа(ов).

Контактная работа - 198 часа(ов), в том числе лекции - 90 часа(ов), практические занятия - 108 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 126 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре; экзамен в 5 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Векторы. Операции над векторами.	3	8	10	0	10
2.	Тема 2. Метод координат. Прямые на плоскости и в пространстве.	3	8	10	0	9
3.	Тема 3. Уравнения плоскости. Задачи на сочетание прямых и плоскостей	3	8	10	0	9
4.	Тема 4. Кривые второго порядка. Конические сечения.	3	8	8	0	8
5.	Тема 5. Общая теория линий второго порядка	4	8	8	0	4
6.	Тема 6. Геометрические преобразования плоскости и пространства	4	12	10	0	10
7.	Тема 7. Поверхности в евклидовом пространстве	4	8	14	0	10
8.	Тема 8. Элементы проективной геометрии	4	6	8	0	12
9.	Тема 9. Элементы топологии	5	8	10	0	18
10.	Тема 10. Дифференциальная геометрия кривых	5	8	10	0	20
11.	Тема 11. Дифференциальная геометрия поверхностей	5	8	10	0	16
	Итого: 396 ч. (из них 72 ч. контроль)		90	108	0	126

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Векторы. Операции над векторами.**

Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность векторного пространства. Ортонормированные базисы. Координаты вектора относительно данного базиса и их свойства. Векторные подпространства.

Проекции векторов на плоскость и прямую как линейные отображения. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Скалярное произведение и его свойства. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в прямоугольной декартовой системе координат. Векторное произведение векторов: определение, формулы для вычисления, свойства и приложения. Смешанное произведение векторов: определение, формулы для вычисления, свойства и приложения.

**Тема 2. Метод координат. Прямые на плоскости и в пространстве.**

Метод координат на плоскости и в пространстве. Аффинная и прямоугольная декартова системы координат на плоскости и в пространстве; определение координат точки. Вычисление координат вектора по координатам его начала и конца. Вычисление расстояния между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Геометрический смысл уравнений и неравенств с двумя переменными. Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве. Формулы преобразования координат.

Различные способы задания прямой на плоскости. Прямая в аффинной и прямоугольной декартовой системах координат. Расположение прямой относительно координатной системы. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+C$ . Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.

**Тема 3. Уравнения плоскости. Задачи на сочетание прямых и плоскостей**

Различные способы задания плоскости в пространстве. Плоскость в аффинной и прямоугольной декартовой системах координат. Расположение плоскости относительно координатной системы. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ . Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Пучки и связки плоскостей.

Различные способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.

Расстояние между скрещивающимися прямыми.

#### **Тема 4. Кривые второго порядка. Конические сечения.**

Конические сечения. Окружность, эллипс, гипербола, парабола (определения, вывод канонических уравнений, свойства). Фокальные радиусы. Параметрические уравнения линий второго порядка. Эксцентриситет. Директориальные свойства линий второго порядка. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

#### **Тема 5. Общая теория линий второго порядка**

Общее уравнение линии второго порядка. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Асимптоты. Центр линии второго порядка. Касательная к линии второго порядка. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы. Диаметры линии второго порядка. Сопряжённые направления, сопряжённые диаметры. Главные диаметры. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

#### **Тема 6. Геометрические преобразования плоскости и пространства**

Группа преобразований множества, подгруппа группы преобразований. Определение движения. Частные виды движений. Свойства движений. Аналитическое задание движений. Классификация движений. Группа движений и её подгруппы. Подобия плоскости. Гомотетия. Разложение подобия в произведение гомотетии и движения. Классификация подобий. Группа подобий и её подгруппы. Подобие фигур. Аффинные преобразования. Перспективно-аффинные преобразования. Группа аффинных преобразований плоскости и её подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур. Эрлангенская программа Ф.Клейна.

Геометрические преобразования пространства (обзорно). Движения, подобия, аффинные преобразования трёхмерного евклидова пространства.

#### **Тема 7. Поверхности в евклидовом пространстве**

Поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности; их параметрические и неявные уравнения. Поверхности второго порядка в трёхмерном евклидовом пространстве (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды), их канонические уравнения и основные свойства. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

#### **Тема 8. Элементы проективной геометрии**

Аксиомы проективного пространства. Свойства прямых и плоскостей в трёхмерном проективном пространстве. Модели проективной прямой и проективной плоскости.

Проективный репер на проективной прямой и на проективной плоскости. Координаты точки на проективной прямой и на проективной плоскости. Основной инвариант группы проективных преобразований.

#### **Тема 9. Элементы топологии**

Аксиомы топологического пространства. Примеры топологий. Метрическое пространство. Топологическое отображение (гомеоморфизм). Связность. Аксиомы отделимости. Определение компактности, свойства компактных пространств. Многообразие. Эйлера характеристика. связная сумма многообразий. Ориентируемость. Накрытия. Понятие о классификации двумерных многообразий.

#### **Тема 10. Дифференциальная геометрия кривых**

Определение кривой, примеры. Параметризация на простой дуге, параметрическое уравнение кривой. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Составление уравнений плоских и пространственных кривых. Неявное задание плоской кривой. Классификация особых точки кривой, заданной неявно. Неявное задание пространственной кривой. Касательная прямая пространственной кривой, заданной неявно. Определение длины дуги кривой, формулы для вычисления (при различных способах задания кривой). Касательная прямая, нормальная и спрямляющая плоскости. Соприкасающаяся плоскость кривой, её геометрический смысл. Трёхгранник Серре-Френе. Формулы Френе. Геометрический смысл кривизны и кручения кривой. Формулы для вычисления кривизны и кручения. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых. Дискриминантная кривая. Эволюта плоской кривой (определение, параметрические уравнения, геометрический смысл). Эвольвента плоской кривой. Взаимное расположение кривой и трёхгранника Френе в её заданной точке. Смысл знака кручения. Натуральные уравнения кривой. Задача о восстановлении параметрических уравнений кривой по её натуральным уравнениям.

#### **Тема 11. Дифференциальная геометрия поверхностей**

Примеры поверхностей. Криволинейные координаты и параметрическое уравнение поверхности. Касательная прямая и касательная плоскость параметризованной поверхности. Нормаль поверхности. Составление уравнений поверхностей. Проекция поверхностей на координатные плоскости. Параметрические уравнения поверхностей вращения, цилиндрических, конических, развёртывающихся, винтовых поверхностей. Линейный элемент поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Первая квадратичная форма, её свойства. Билинейная форма, соответствующая первой квадратичной форме. Угол между двумя линиями на поверхности. Площадь области на поверхности. Нормальная кривизна кривой, принадлежащей поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности, её коэффициенты. Зависимость кривизны кривой на поверхности от нормальной кривизны и угла между её соприкасающейся плоскостью и нормалью к поверхности. Плоские сечения, нормальное сечение. Теорема Минье. Индикатриса Дюпена, её уравнение. Главные кривизны на поверхности в данной точке. Формула Эйлера. Характеристическое уравнение поверхности. Полная и средняя кривизны. Понятие минимальной поверхности. Классификация точек поверхности. Вид поверхности вблизи данной точки. Омбилические точки. Сферическое отображение области поверхности. Теорема Гаусса (геометрический смысл гауссовой кривизны). Асимптотические

направления и асимптотические линии (определение, свойства, уравнение). Сопряженные направления, сопряженная сеть. Главные направления на поверхности. Линии кривизны (определение, свойства, уравнение). Изгибание и наложимость. Критерий наложимости.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Математическое бюро (МатБюро) <https://www.matburo.ru/>

Математический портал - <http://mathportal.net/>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
практические занятия	Практическое занятие - это занятие, проводимое под руководством преподавателя в учебной аудитории, направленное на углубление научно- теоретических знаний и овладение определенными методами самостоятельной работы. В процессе таких занятий вырабатываются практические умения (вычислений, расчетов, использования таблиц, справочников, номограмм). Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную преподавателем литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач. На практическом занятии главное - уяснить связь решаемых задач с теоретическими положениями. При решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий метод решения подобных задач. На практических занятиях студенты решают типовые задачи с использованием изученных методов. Работа на практических занятиях предполагает повторение теоретического материала, активное участие в совместном решении задач, отчеты по выполненной домашней работе.
самостоя- тельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену/зачёту
экзамен	Экзамен по курсу проводится в виде тестирования или по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. В каждом билете присутствует практическое задание (помимо 2 теоретических вопросов), таким образом, обучающийся демонстрирует и наработанные практические умения и навыки.
зачет	Зачёт по курсу проводится в виде тестирования или по билетам. При подготовке к зачёту необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. В каждом билете присутствует практическое задание (помимо теоретических вопросов), таким образом, обучающийся демонстрирует и наработанные практические умения и навыки.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория № 87 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 48 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Интерактивная трибуна Panasonic VX400 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenux1202, микрофоны. Экран мультимедийный 1 шт. Доска меловая передвижная 1 шт. Стенды настенные 6 шт. Портреты 6 шт. Полка под книги в виде дерева 1 шт.

Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 86 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 100 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны, Портреты 12 шт. Веб-камера. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 84 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.. Комплект мебели (посадочных мест) 62 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны. Экран мультимедийный 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Портреты 10 шт. Картины 20 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 81 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.. Комплект мебели (посадочных мест) 40 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Мультимедийный экран 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор EPSON EB-980W 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны. Портреты 5 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 72 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.. Комплект мебели (посадочных мест) 40 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Компьютер intel pentium dual core 1 шт. Монитор LG FLATRON W1934S 19d 1 шт. Проектор Acer X1130P 1 шт. Интерактивная доска SmartBoard 150d 1 шт. Сафбуфер 26w 1 шт. Колонки 18w. Шкафы с книгами 5 шт. Веб-камера 1 шт. Портреты 3 шт. Трибуна 1 шт. Настенный маленький экран 2 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 88 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 36 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Интерактивная трибуна Panasonic VX400 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны . Экран мультимедийный 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Стенды настенные 6 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине  
Б1.О.07.03 Геометрия**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## **Содержание**

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
    - 4.1.1. Устный опрос.
      - 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.1.2. Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Контрольная работа.
      - 4.1.2.2. Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.3. Письменное домашнее задание.
      - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.3.2. Критерии оценивания
      - 4.1.3.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.4. Реферат.
      - 4.1.4.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.4.2. Критерии оценивания
      - 4.1.4.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
- ЗАЧЕТ, ЭКЗАМЕН
  - 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
    - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
    - 4.2.1.2. Критерии оценивания
    - 4.2.1.3. Оценочные средства
  - 4.2.2. Решение задач
    - 4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания
    - 4.2.2.2. Критерии оценивания
    - 4.2.2.3. Оценочные средства

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	<p>Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов</p> <p>Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач геометрии и аргументировать их выбор</p> <p>Владеть навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии</p>	<p><b>Текущий контроль:</b>  <b>Устный опрос по темам:</b>                      Тема 1. Векторы. Операции над векторами.                      Тема 5. Общая теория линий второго порядка                      Тема 9. Элементы топологии  <b>Контрольная работа по темам:</b>                      Тема 2. Метод координат. Прямые на плоскости и в пространстве.                      Тема 6. Геометрические преобразования плоскости и пространства                      Тема 10. Дифференциальная геометрия кривых  <b>Письменное домашнее задание по темам:</b>                      Тема 4. Кривые второго порядка.                      Тема 7. Поверхности в евклидовом пространстве                      Тема 8. Элементы проективной геометрии. Конические сечения.  <b>Реферат по темам:</b>                      Тема 11. Дифференциальная геометрия поверхностей</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b>  <i>Зачет, экзамен</i></p>
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	<p>Уметь осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии</p> <p>Владеть способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии</p>	

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	
УК-2	Знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов	Знает основные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Знает отдельные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач геометрии с учетом действующих стандартов
	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач	Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач геометрии. Допускает незначительные ошибки	Умеет определять основные задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач геометрии и аргументировать их	Не умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач геометрии и

	геометрии и аргументировать их выбор	при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	выбор. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи.	аргументировать их выбор
	Владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии	Владеет основными навыками определения специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет отдельными навыками определения основных задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач геометрии
ОПК-8	Умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии	Умеет осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Умеет осуществлять по заданным правилам педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии
	Владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии	Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность по заданным правилам на основе специальных научных знаний в области геометрии. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области геометрии

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

3 семестр:

**Текущий контроль:**

Устный опрос.

Тема 1. Векторы. Операции над векторами.

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Контрольная работа.

Тема 2. Метод координат. Прямые на плоскости и в пространстве.

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Письменное домашнее задание.

Тема 4. Кривые второго порядка. Конические сечения.

Максимальное количество баллов по БРС - 10.

Итого  $20+20+10=50$  баллов

4 семестр:

**Текущий контроль:**

Устный опрос.

Тема 5. Общая теория линий второго порядка

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Контрольная работа.

Тема 6. Геометрические преобразования плоскости и пространства

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Письменное домашнее задание.

Тема 7. Поверхности в евклидовом пространстве

Максимальное количество баллов по БРС - 10.

Итого  $20+20+10=50$  баллов

5 семестр:

**Текущий контроль:**

Устный опрос.

Тема 9. Элементы топологии

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Контрольная работа.

Тема 10. Дифференциальная геометрия кривых

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Реферат.

Тема 11. Дифференциальная геометрия поверхностей

Максимальное количество баллов по БРС - 10.

Итого  $20+20+10=50$  баллов

**Промежуточная аттестация** – экзамен (зачет) – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий экзамен (зачет) обеспечивает случайное распределение вариантов зачетных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете. Экзамен (зачет) проходит по билетам. В каждом билете два теоретических вопроса и две задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого  $20+30=50$  баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

Для зачета:

56-100 - зачтено

0-55 не зачтено.

#### **4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания**

##### **4.1. Оценочные средства текущего контроля**

**4.1.1. Устный опрос. Тема 1. Векторы. Операции над векторами. Тема 5. Общая теория линий второго порядка. Тема 9. Элементы топологии**

#### 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

#### 4.1.1.2 Критерии оценивания

##### **17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **11-15 баллов ставится, если обучающийся:**

Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **0—10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

#### 4.1.1.3. Содержание оценочного средства

3 семестр

Тема 1

1. Направленные отрезки и векторы.
2. Сложение и вычитание векторов.
3. Умножение вектора на число.
4. Линейная зависимость векторов.
5. Базис. Координаты вектора относительно данного базиса.
6. Проекция вектора на ось.
7. Скалярное произведение векторов.
8. Векторное произведение векторов.
9. Смешанное произведение векторов.
10. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

4 семестр

Тема 5

1. Общее уравнение линии второго порядка. Мнимые точки линии второго порядка. Пересечение линии второго порядка с прямой.
2. Асимптотические направления линии второго порядка.
3. Асимптоты.
4. Центр линии второго порядка.
5. Касательная к линии второго порядка.
6. Диаметры линии второго порядка.
7. Сопряжённые направления.
8. Главные направления. Главные диаметры (оси).
9. Классификация линий второго порядка.
10. Приведение ЛВП к каноническому виду.

5 семестр

Тема 9

1. Топологическое пространство. Метрическое пространство. Топология, индуцированная метрикой.
2. Подпространства в топологических и метрических пространствах.
3. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.
4. Фактор-топология. Пространство орбит.
5. Отделимость. Компактность. Связность.
6. Понятие дифференцируемого многообразия.
7. Эйлерова характеристика многообразия.
8. Ориентация многообразий.

9. Связная сумма многообразий. Накрытия.
10. Правильные многогранники.

#### **4.1.2. Контрольная работа. Тема 2. Метод координат. Прямые на плоскости и в пространстве. Тема 6. Геометрические преобразования плоскости и пространства Тема 10. Дифференциальная геометрия кривых.**

##### **4.1.2.1. Порядок проведения.**

Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

##### **4.1.2.2 Критерии оценивания**

###### **17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

###### **14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

###### **11-15 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

###### **0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **4.1.2.3. Содержание оценочного средства**

3 семестр

Тема 2

Типовые задачи: даны координаты 4-х вершин тетраэдра. Найти уравнения

1. Найти уравнения ребер тетраэдра.
2. Найти уравнения прямых, соединяющих середины ребер тетраэдра.
3. Найти уравнения граней тетраэдра.
4. Найти величины углов между ребрами тетраэдра.
5. Найти величины углов между гранями тетраэдра.
6. Найти площади граней тетраэдра.
7. Найти объем тетраэдра.
8. Найти длину высоты тетраэдра.
9. Найти уравнения прямых, содержащих высоты тетраэдра.
10. Найти радиус описанной сферы тетраэдра.

4 семестр

Тема 6

1. Доказать, что преобразование является движением, указать его вид и найти определяющие элементы  $x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1$ ,  $y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15$ .
2. Написать формулы скользящей симметрии, заданной осью  $l$  и вектором. Доказать, что преобразование является движением, указать его вид и найти определяющие элементы  $x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1$ ,  $y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15$ .
3. Написать формулы скользящей симметрии, заданной осью  $l$  и вектором  $\vec{a} = (1, -2, 0)$ ,  $\vec{a} = (0, 3)$ .
4. Вычислить координаты центра поворота, заданного формулами:  $(x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 1, y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2)$ .
5. Даны координаты точек  $A(\sqrt{3}, 1), B(0, 2), A'(2, \sqrt{3}-2), B'(0, \sqrt{3}-2)$ . Написать формулы движения первого рода, зная, что  $f(A) = A', f(B) = B'$ .
6. В репере  $R$  даны координаты точек  $A(2, 1), B(3, -2), C(1, 0), A'(-1, -5), B'(-3, 1), C'(1, -3)$ . Доказать, что треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  гомотетичны, и написать формулы гомотетии  $h$ :  $h(\Delta ABC) = \Delta A'B'C'$ .
7. В ортонормированном репере  $R$  даны координаты вершин  $A(0, -3), B(4, 0), C(1, -1), A'(-6, -6), B'(0, -2), C'(-\frac{26}{5}, -\frac{8}{5})$  треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ . Доказать, что треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  подобны. Найти формулы подобия.
8. Написать формулы преобразования подобия первого рода, при котором  $A(1, 2) \rightarrow A'(2, 0), B(-2, 3) \rightarrow B'(0, 0)$ . Вычислить координаты инвариантной точки и найти коэффициент подобия.
9. Вычислить координаты центра поворота, заданного формулами:  $x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 1, y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2$ .
10. Написать уравнения осей симметрии треугольника  $ABC$ , если  $A(1, 3), B(2, -1), C(4, 2)$ .

5 семестр

Тема 10

1. Вычислить длину дуги линии  $x=a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y=a(\sin t - t \cos t)$  между двумя точками  $M(t=1)$  и  $N(t=2)$ .
2. Вычислить длину дуги линии  $y=\ln \cos x$  между точками  $x=0$ , и  $x=\pi/3$ .
3. Найти кривизну линии  $x=a \cos^3 t$ ,  $y=a \sin^3 t$  в произвольной точке.
4. Составить уравнение и начертить график эволюты линии  $x=a \operatorname{ch} t$ ,  $y=b \operatorname{sh} t$
5. Показать, что линия  $x=a \cos^3 t$ ,  $y=a \sin^3 t$ ,  $z=a \cos 2t$  лежит на ограниченной части цилиндрической поверхности, направляющая которой ? астроида, а образующие параллельны оси  $Oz$ .
6. Найти проекции линии  $x=t$ ,  $y=t^2$ ,  $z=t^3$  на координатные плоскости и кривизну этой линии в точке  $M(t=2)$ .
7. Показать, что линия  $x=t \cos t$ ,  $y=t \sin t$ ,  $z=ct$  лежит на круговом конусе.
8. Найти уравнения касательной и нормальной плоскости в произвольной точке линии  $x^2+y^2-z^2=1$ ,  $x^2-y^2-z^2=1$ .
9. Найти первую квадратичную форму геликоида общего вида  $x=ucosv$ ,  $y=usin v$ ,  $z=f(u)+av$ .
10. Найти ортогональные траектории прямолинейных образующих поверхности, образованной касательными к некоторой линии.

#### 4.1.3. Письменное домашнее задание. Тема 4. Кривые второго порядка. Тема 7. Поверхности в евклидовом пространстве.

##### 4.1.3.1. Порядок проведения.

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

##### 4.1.3.2 Критерии оценивания

###### 9-10 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий

###### 7-8 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий

###### 5-6 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий

###### 0--4 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий

##### 4.1.3.3. Содержание оценочного средства

3 семестр

Тема 4

1. К кривой  $x^2+6xy+9y^2-12x+4y+20=0$  провести касательные, параллельные прямой  $2x+3y-6=0$ .
2. Найти уравнение диаметра кривой  $x^2+6xy+y^2+6x+2y-5=0$ , проходящего через точку  $(2,1)$ .
3. Составить уравнения двух сопряженных диаметров кривой  $xy-y^2-2x+3y+3=0$ , один из которых параллелен оси  $Oy$ .
4. Найти главные направления кривой  $x^2-4xy+4y^2-5x+10y+6=0$ , заданной в прямоугольной декартовой системе координат.
5. Привести к каноническому виду уравнение линии  $4x^2+4xy+y^2+8x+6y+3=0$ .
6. Определить оси ЛВП  $4x^2+4xy+y^2+8x+6y+3=0$ .
7. Найти центр кривой  $x^2-4xy+4y^2-5x+10y+6=0$ .
8. Найти главные диаметры пары пересекающихся прямых.
9. Найти главные диаметры пары параллельных прямых.
10. Найти все кривые второго порядка, имеющие векторы одновременно главного и асимптотического направлений.

4 семестр

Тема 7

1. Написать уравнение поверхности, образованной вращением синусоиды  $z = \sin y$  вокруг оси  $Oz$ .
2. Написать уравнение цилиндра вращения, проходящего через  $M(1, -2, 1)$ , осью которого служит прямая:  $x = t$ ,  $y = 1 + 2t$ ,  $z = -3 - 2t$ .
3. Написать уравнение конической поверхности, если направляющая в плоскости  $Oxy$  задана уравнением  $x^2 + y^2 - y = 0$ , а вершина имеет координаты  $(0, 0, 1)$ .
4. Определить фигуру  $\Phi$ , заданную уравнением:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ , где  $a, b, c, d$  – вещественные числа.
5. Написать уравнение фигуры, состоящей из точек всех прямых, касающихся сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  и пересекающих прямые  $a$  и  $b$ , заданные уравнениями:  $x = 1, y = 0$ , и  $x = -1, z = 0$ .
6. Найти уравнение параболоида с центром в начале координат, ось которого совпадает с осью  $Oy$  и который проходит через точки  $(1, -2, 1)$  и  $(-3, -3, 2)$ .
7. Найти уравнения прямолинейных образующих поверхности  $x^2/25 - y^2/9 + z^2/4 = 1$ , проходящих через точку  $M(5, 3, 2)$ .
8. Написать уравнение множества точек, отстоящих от точки  $O(1, 2, -1)$  на расстоянии  $R = 5$ .
9. Написать уравнение сферы, проходящей через точки  $A(7, 9, 1)$ ,  $B(-2, -3, 2)$ ,  $C(1, 5, 5)$ ,  $D(-6, 2, 5)$ .
10. Написать уравнение поверхности, образованной вращением окружности с центром  $O(0, 4, 0)$  и  $r = 1$ , лежащей в плоскости  $Oyz$ , вокруг оси  $Oz$ .

#### 4.1.4. Реферат. Тема 11. Дифференциальная геометрия поверхностей

##### 4.1.4.1. Порядок проведения.

Обучающиеся самостоятельно пишут работу на заданную тему и сдают преподавателю в письменном виде. В работе производится обзор материала в определённой тематической области либо предлагается собственное решение определённой теоретической или практической проблемы. Оцениваются проработка источников, изложение материала, формулировка выводов, соблюдение требований к структуре и оформлению работы, своевременность выполнения. В случае публичной защиты реферата оцениваются также ораторские способности

##### 4.1.4.2 Критерии оценивания

###### 9-10 баллов ставится, если обучающийся:

Тема раскрыта полностью. Продемонстрировано превосходное владение материалом. Используются надлежащие источники в нужном количестве. Структура работы соответствует поставленным задачам. Степень самостоятельности работы высокая.

###### 7-8 баллов ставится, если обучающийся:

Тема в основном раскрыта. Продемонстрировано хорошее владение материалом. Используются надлежащие источники. Структура работы в основном соответствует поставленным задачам. Степень самостоятельности работы средняя.

###### 5-6 баллов ставится, если обучающийся:

Тема раскрыта слабо. Продемонстрировано удовлетворительное владение материалом. Используемые источники и структура работы частично соответствуют поставленным задачам. Степень самостоятельности работы низкая.

###### 0--4 баллов ставится, если обучающийся:

Тема не раскрыта. Продемонстрировано неудовлетворительное владение материалом. Используемые источники недостаточны. Структура работы не соответствует поставленным задачам. Работа несамостоятельна.

##### 4.1.4.3. Содержание оценочного средства

5 семестр

Тема 11

1. Развертывающиеся поверхности.
2. Внешняя геометрия поверхностей.
3. Внутренняя геометрия поверхностей.
4. Теорема Гаусса.
5. Псевдосфера и её связь с плоскостью Лобачевского.
6. Теорема Менъе.
7. Асимптотические линии на поверхности.
8. Линии кривизны на поверхности.
9. Геодезические линии на поверхности.
10. Чебышевская сеть на поверхности.

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрен экзамен (зачет). Экзамен (зачет) проходит по билетам. В каждом билете два теоретических вопроса и две задачи. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, как по материалам билета, так и по основным определениям курса в целом. Оценивается владение материалом, его

системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

#### **4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос**

##### **4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов геометрии.

##### **4.2.1.2. Критерии оценивания.**

###### **17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **11-15 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

###### **0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **4.2.1.3. Оценочные средства.**

###### **Вопросы для устного или письменного ответа**

###### **Семестр 3**

1. Направленные отрезки и векторы. Сложение и вычитание векторов.
2. Умножение вектора на число.
3. Линейная зависимость векторов.
4. Базис. Координаты вектора относительно данного базиса.
5. Проекция вектора на ось.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Векторное произведение векторов.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Аффинная и прямоугольная декартова системы координат на плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении.
10. Полярная система координат на плоскости. Цилиндрическая и сферическая системы координат.
11. Преобразование аффинной системы координат в аффинную (на плоскости и в пространстве).
12. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат в прямоугольную декартову (на плоскости и в пространстве).
13. Различные способы задания прямой на плоскости. Пучки прямых.
14. Различные способы задания плоскости в трёхмерном пространстве. Пучки и связки плоскостей.
15. Различные способы задания прямой в пространстве.
16. Геометрический смысл знака многочленов  $Ax+By+C$  на плоскости и  $Ax+By+Cz+D$  ? в пространстве.
17. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
18. Угол между двумя прямыми на плоскости.
19. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
20. Взаимное расположение двух прямых на плоскости и в пространстве.
21. Взаимное расположение прямой и плоскости.
22. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей.
23. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
24. Эллипс.
25. Гипербола.
26. Парабола.
27. Директрисы эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

###### **Семестр 4**

1. Общее уравнение линии второго порядка. Мнимые точки линии второго порядка. Пересечение линии второго порядка с прямой.
2. Асимптотические направления линии второго порядка. Асимптоты.
3. Центр линии второго порядка.
4. Касательная к линии второго порядка.
5. Диаметры линии второго порядка.
6. Сопряжённые направления.

7. Главные направления. Главные диаметры (оси).
8. Классификация линий второго порядка.
9. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
10. Поверхности вращения.
11. Цилиндрические поверхности.
12. Конические поверхности.
13. Эллипсоид.
14. Гиперболоиды.
15. Параболоиды.
16. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
17. Группа преобразований множества. Критерий подгруппы.
18. Движения плоскости.
19. Аналитическое задание движения плоскости.
20. Классификация движений плоскости.
21. Группа движений плоскости и её подгруппы. Группа симметрий геометрической фигуры.
22. Гомотетия на плоскости. Произведение гомотетии и движения.
23. Подобия плоскости. Аналитическое задание подобия.
24. Группа подобий плоскости и её подгруппы.
25. Аффинные преобразования плоскости. Группа аффинных преобразований плоскости и её под-группы.

### **Семестр 5**

1. Топологическое пространство.
2. Метрическое пространство.
3. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.
4. Отделимость, компактность, связность.
5. Эйлерова характеристика топологического многообразия.
6. Три леммы о вектор-функциях. Векторные круговые функции.
7. Понятие кривой. Параметрическое уравнение кривой. Касательная прямая кривой.
8. Неявное задание плоской кривой. Особые точки кривой, заданной неявно.
9. Поверхность и её касательная плоскость. Неявное задание пространственной кривой.
10. Длина дуги.
11. Длина дуги как параметр. Соприкасающаяся плоскость кривой.
12. Сопровождающий трёхгранник кривой (трёхгранник Френе). Формулы Френе.
13. Лемма о единичном векторе. Кривизна и кручение кривой.
14. Формулы для вычисления кривизны и кручения.
15. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Эволюта и эвольвента плоской кривой.
16. Взаимное расположение кривой и плоскости. Вид кривой вблизи данной точки.
17. Натуральные уравнения кривой.
18. Понятие поверхности. Криволинейные координаты и параметрическое уравнение поверхности.
19. Касательная прямая и касательная плоскость параметризованной поверхности. Нормаль поверхности.
20. Длина дуги кривой на поверхности. Первая квадратичная форма.
21. Угол между двумя линиями на поверхности.
22. Площадь области на поверхности.
23. Нормальная кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности.
24. Кривизна кривой и её соприкасающаяся плоскость. Нормальное сечение.
25. Теорема Менье.
26. Индикатриса Дюпена.
27. Формула Эйлера.
28. Характеристическое уравнение поверхности. Полная и средняя кривизны.
29. Классификация точек поверхности.
30. Сферическое отображение. Теорема Гаусса.
31. Асимптотические направления и асимптотические линии.
32. Главные направления на поверхности. Линии кривизны.
33. Изгибание и наложимость. Критерий наложимости. Предмет внутренней геометрии поверхности.

#### **4.2.2. Решение задач**

##### **4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Предлагаются задачи на проверку умений проводить практические расчеты, анализировать полученные результаты.

##### **4.2.2.2. Критерии оценивания.**

**26-30 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**0-16 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

#### 4.2.2.3. Оценочные средства.

**Задание 1.** 1. Составить уравнение конуса с вершиной в начале координат, направляющая которого дана уравнениями  $x^2 - 2z + 1 = 0$ ,  $y - z + 1 = 0$ .

**Задание 2.** Установить, при каких значениях  $m$  плоскость  $x + mz - 1 = 0$  пересекает поверхность  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$  по эллипсу.

**Задание 3.** Составить уравнение поверхности, образованной вращением гиперболы  $\frac{x^2}{6} - \frac{z^2}{4} = 1$ ,  $y = 0$  вокруг оси  $Oz$ .

**Задание 4.** Заданы координаты трёх точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  на плоскости:  $A(4, 6)$ ,  $B(5, 7)$ ,  $C(-5, -1)$ .

1) Написать уравнения и длины медианы  $AM$ , высоты  $CH$  и биссектрисы  $BD$  треугольника  $ABC$ ;

2) Выяснить, где расположено начало координат по отношению к треугольнику  $ABC$  (во внутренней области или во внешней)?

**Задание 5.** Даны координаты вершин тетраэдра:  $A(7, 2, 4)$ ,  $B(7, -1, -2)$ ,  $C(3, 3, 1)$ ,  $D(-4, 2, 1)$ .

1) Найти длину высоты тетраэдра, опущенной из вершины  $D$ ;

2) Найти угол между плоскостями  $ABC$  и  $ABD$ ;

3) Найти объём тетраэдра  $ABCD$ ; 4) Найти расстояние между рёбрами  $AB$  и  $CD$ .

**Задание 6.** 1. Заданы координаты трёх точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  на плоскости:  $A(3, 5)$ ,  $B(6, 8)$ ,  $C(-1, 2)$ .

1) Написать уравнения и длины медианы  $AM$ , высоты  $CH$  и биссектрисы  $BD$  треугольника  $ABC$ ;

2) Выяснить, где расположено начало координат по отношению к треугольнику  $ABC$  (во внутренней области или во внешней)?

**Задание 7.** Даны координаты вершин тетраэдра:  $A(1, 3, 6)$ ,  $B(2, 2, 1)$ ,  $C(-1, 0, 1)$ ,  $D(-4, 6, -3)$ .

1) Найти длину высоты тетраэдра, опущенной из вершины  $D$ ;

2) Найти угол между плоскостями  $ABC$  и  $ABD$ ;

3) Найти объём тетраэдра  $ABCD$ ; 4) Найти расстояние между рёбрами  $AB$  и  $CD$ .

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

**Основная литература:**

1. Александров, П.С. Лекции по аналитической геометрии, дополненные необходимыми сведениями из алгебры с приложением собрания задач, снабженных решениями, составленного А. С. Пархоменко [Электронный ресурс] : учебник / П.С. Александров. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2019. - 912 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/115194/#1>
2. Кузовлев В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] : учебник / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. - М.: Физматлит, 2012. - 207 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/59618/#1>
3. Авилова, Л.В. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии ( типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Авилова, В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 288 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/37330/#4>
4. Атанасян Л.С. Геометрия / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. В 2-х ч. Ч.2 :Учеб. пособие . - 2-е изд-е,стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 424 с. (10 экз.).
5. Миносцев, В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Б. Миносцев, В.Г. Зубков, В.А. Ляховский ; под ред. В.Б. Миносцева, Е.А. Пушкарь. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 544 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/30424/#3>
6. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие. - СПб.: Лань, 2009. - 337 с. URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/430/#1>

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Office Professional Plus 2010

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»