

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 27.07.2026 11:10:28  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fefda78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал) КФУ



**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора по  
образовательной деятельности

С.Ю. Бахвалов  
« 8 » июля 2026 г.  
Елабужский институт  
МПИ  
ФГОУ ВО  
КФУ

**Программа дисциплины (модуля)**

*Математический анализ*

Направление подготовки/специальность: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Математика и информатика

Квалификация: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: - 2026

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н.; доцент, к.н. (доцент) Миронова Л.Б. (Кафедра математики и прикладной информатики).

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

| <b>Шифр компетенции</b> | <b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>                                                                                                                                       |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-2                    | Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений         |
| УК-2.1                  | Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач с учетом действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений                |
| УК-2.2                  | Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выбирать способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений    |
| УК-2.3                  | Владеть навыками определения круга задач в рамках поставленной цели, выбора оптимальных способов их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений |
| ОПК-8                   | Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний                                                                                             |
| ОПК-8.2                 | Уметь осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний                                                                                                |
| ОПК-8.3                 | Владеть способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний                                                                                 |

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов.

Должен уметь:

определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор;

осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа

Должен владеть:

навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа;

способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа.

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.О.07.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и информатика)" и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2, 3 курсах в 3, 4, 5 семестрах.

### **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных(ые) единиц(ы) на 468 часа(ов).

Контактная работа - 270 часа(ов), в том числе лекции - 134 часа(ов), практические занятия - 136 часа(ов), из них практические занятия в электронной форме – 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 126 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре; зачет в 4 семестре; экзамен в 5 семестре, контрольная работа в 3 семестре, контрольная работа в 4 семестре, контрольная работа в 5 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

| N   | Разделы дисциплины / модуля                                            | Семестр | Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                                           |                     | Самостоятельная работа |
|-----|------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------|---------------------|------------------------|
|     |                                                                        |         | Лекции                                                   | Практические занятия | В т.ч. практические занятия в электронной | Лабораторные работы |                        |
| 1.  | Тема 1. Введение в анализ                                              | 3       | 16                                                       | 14                   | 0                                         | 0                   | 10                     |
| 2.  | Тема 2. Пределы.                                                       | 3       | 20                                                       | 22                   | 0                                         | 0                   | 16                     |
| 3.  | Тема 3. Элементарные функции.                                          | 3       | 0                                                        | 0                    | 0                                         | 0                   | 10                     |
| 4.  | Тема 4. Производная.                                                   | 4       | 8                                                        | 10                   | 0                                         | 0                   | 4                      |
| 5.  | Тема 5. Дифференциал.                                                  | 4       | 10                                                       | 8                    | 0                                         | 0                   | 4                      |
| 6.  | Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение. | 4       | 8                                                        | 8                    | 0                                         | 0                   | 6                      |
| 7.  | Тема 7. Неопределенный интеграл.                                       | 4       | 14                                                       | 14                   | 0                                         | 0                   | 6                      |
| 8.  | Тема 8. Определенный интеграл.                                         | 4       | 14                                                       | 14                   | 0                                         | 0                   | 6                      |
| 9.  | Тема 9. Приложения определенного интеграла.                            | 4       | 0                                                        | 0                    | 0                                         | 0                   | 10                     |
| 10. | Тема 10. Числовые ряды.                                                | 5       | 12                                                       | 14                   | 4                                         | 0                   | 22                     |
| 11. | Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.                     | 5       | 16                                                       | 16                   | 6                                         | 0                   | 16                     |
| 12. | Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных     | 5       | 16                                                       | 16                   | 8                                         | 0                   | 16                     |
|     | Итого: 468 ч. (из них 72 ч. контроль)                                  |         | 134                                                      | 136                  | 18                                        | 0                   | 126                    |

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Введение в анализ

Действительные числа. Понятие верхней и нижней граней. Арифметические операции над действительными числами. Абсолютная величина числа. Промежутки. Общее понятие функции. Операции над функциями, композиция функций, обратная функция; монотонные, ограниченные, четные и нечетные, периодические функции. Числовые последовательности.

###### Тема 2. Пределы.

Предел последовательности, первое определение предела функции в точке (по Гейне), определение предела функции в точке по Коши. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Непрерывность функции в точке и на числовом промежутке. Непрерывность суммы, произведения, частного; непрерывность сложной функции, обратной функции. Односторонняя непрерывность, точки разрыва. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности и о достижении наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке, теорема Коши о равномерной непрерывности непрерывной функции на отрезке.

Показательная, логарифмическая и степенная функции. Определение и существование степени с иррациональным показателем. Непрерывность показательной, степенной и логарифмической функций.

###### Тема 3. Элементарные функции.

Элементарные функции и их классификация. Существование корня с натуральным показателем. Степенная функция с дробным показателем. Определение и существование степени с иррациональным показателем. Показательная функция. Существование логарифма. Логарифмическая функция. Степенная функция с иррациональным показателем.

#### **Тема 4. Производная.**

Определение производной, ее механический и геометрический смысл, уравнения касательной и нормали; непрерывность функции, имеющей производную; производные суммы, произведения, частного, сложной и обратной функций; производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования.

Производные высших порядков.

#### **Тема 5. Дифференциал.**

Сравнение бесконечно малых и выделение главной части. Понятие дифференциала, связь его с производной, геометрический и механический смысл дифференциала, применение в приближенных вычислениях, дифференциал сложной функции, инвариантность первого дифференциала; дифференциалы высших порядков; инвариантность формы дифференциала.

#### **Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение.**

Теоремы Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Вычисление пределов при помощи правила Лопиталя. Возрастание и убывание функции на промежутке; максимум, минимум, необходимые условия экстремума, достаточные условия экстремума. Полное исследование функций с построением графиков.

#### **Тема 7. Неопределенный интеграл.**

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла, табличные интегралы; интегрирование подстановкой, формула интегрирования по частям; интегрирование рациональных функций, интегрирование простейших иррациональных функций, интегрирование простейших трансцендентных функций.

#### **Тема 8. Определенный интеграл.**

Понятие определенного интеграла, интегрируемой функции; суммы Дарбу и их свойства; существование определенного интеграла, теорема о среднем значении. Существование первообразной, формула Ньютона - Лейбница. Интегрирование по частям и замены переменной в определенном интеграле.

Понятия квадратуемой фигуры. Площади плоских фигур в декартовых и полярных координатах, объемы тел. Спрямоугольные кривые, длина дуги и площадь поверхности вращения. Приложения определенного интеграла в физике: работа силы, центры тяжести плоской кривой и плоской фигуры, моменты. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и интегралы от неограниченных функций.

#### **Тема 9. Приложения определенного интеграла.**

Понятия квадратуемой фигуры. Площади плоских фигур в декартовых и полярных координатах, объемы тел. Спрямоугольные кривые, длина дуги и площадь поверхности вращения. Приложения определенного интеграла в физике: работа силы, центры тяжести плоской кривой и плоской фигуры, моменты. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и интегралы от неограниченных функций

#### **Тема 10. Числовые ряды.**

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Математический анализ», <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

Понятие числового ряда и его суммы. Сложение рядов умножение ряда на число. Остаток сходящегося ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Гармонический ряд. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнение рядов с положительными членами, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак).

#### **Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.**

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Математический анализ», <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса, теорема о пределе равномерно сходящейся последовательности и сумме равномерно сходящегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости, равномерная сходимость, дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд.

Задача разложения функции в степенной ряд. Формула и ряд Тейлора. Степенные ряды с комплексными членами.

Предел последовательности комплексных чисел, ряды комплексных чисел, умножение абсолютно сходящихся рядов. Круг и радиус сходимости

#### **Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

Содержание дисциплины представлено в ЦОР «Математический анализ»,

<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

Определение и примеры метрических пространств. Предел. Непрерывность. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Свойства непрерывных отображений компактов.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Функциональные определители. Производная по направлению. Неявные функции. Уравнения касательной к кривой и касательной плоскости к поверхности. Частные производные высших порядков и их независимость от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложных функций. Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Условные экстремумы.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

ЦОР «Математический анализ», <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и

пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Математический портал - <http://mathportal.net/>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

| <b>Вид работ</b>       | <b>Методические рекомендации</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| лекции                 | Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| практические занятия   | На практических занятиях студенты решают типовые задачи с использованием изученных методов. Работа на практических занятиях предполагает повторение теоретического материала, активное участие в совместном решении задач, отчеты по выполненной домашней работе. Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки. Для проверки и оценки письменных работ проводится анализ результатов их выполнения, выявляются типичные ошибки, причины, вызвавшие неудовлетворительные оценки. При большом количестве однотипных ошибок, свидетельствующих о недостаточном усвоении многими студентами того или иного раздела (темы), на занятии следует провести разбор плохо-усвоенного материала. |
| самостоятельная работа | Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем. В домашних заданиях студентам предлагается решать типовые задачи с использованием изученных методов. Требуется повторение теоретического материала, запрашиваются отчеты по выполненной домашней работе.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| зачет                  | Зачёт по курсу проводится в виде тестирования или по билетам. При подготовке к зачёту необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. В каждом билете присутствует практическое задание (помимо теоретических вопросов), таким образом, обучающийся демонстрирует и наработанные практические умения и навыки.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| экзамен                | Экзамен по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра. Студент имеет право добрать недостающие для желаемой оценки баллы, решая дополнительные задачи и отвечая на дополнительные вопросы. На экзамене учитывается работа студента в течение семестра                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем,

представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория № 86 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 100 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны, Портреты 12 шт. Веб-камера. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 67 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 56 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Проектор Epson EB-1915 1 шт. Доска настенная меловая 1 шт. Трибуна 1 шт. Экран мультимедийный 1 шт. Плакаты 12 шт. Ноутбук ICL Pi155 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 48 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Площадь 64,4 кв.м. Комплект мебели (посадочных мест) 46 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w – 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофон 2 шт. Веб-камера 1 шт. Экран мультимедийный 1 шт. Маркерная доска передвижная 1 шт. Стенды 7 шт. Веб-камера 1 шт. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду.

Учебная аудитория № 84 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 62 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG,22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xenyx1202, микрофоны. Экран мультимедийный 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Портреты 10 шт. Картины 20 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 73 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. (Лаборатория проблемно-ориентированного образования). Комплект мебели (посадочных мест) 50 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Компьютер AMD A6 1 шт. Монитор LG FLATRON W1934S 19d 1 шт. Проектор ViewSonic PJD 5553 LWS 1 шт. Интерактивная доска SmartBoard 150d 1 шт. Трибуна 1 шт. Маркерные доски настенные 6 шт. Меловая доска передвижная 1 шт. Веб-камера 1 шт. Интерактивная панель 1 шт. Парты. Столы круглые 5 шт. Кондиционер 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 82 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 48 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 2 шт. Трибуна 1 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска EliteBoard WR-84A10 1 шт. Ноутбук ICL Pi155 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

## **2. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)  
Б1.О.07.01 Математический анализ**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Профиль подготовки: Математика и информатика  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очное  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
    - 4.1.1. Контрольная работа. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 9. Приложения определенного интеграла. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 13. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.
      - 4.1.1.1. Порядок проведения. и процедура оценивания
      - 4.1.1.2 Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Устный опрос. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 13. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.
      - 4.1.2.1. Порядок проведения. и процедура оценивания
      - 4.1.2.2 Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.3. Письменное домашнее задание. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 8. Определенный интеграл. Тема 9. Приложения определенного интеграла. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 13. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.
      - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.3.2. Критерии оценивания
      - 4.1.3.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации
    - 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
      - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
      - 4.2.1.2. Критерии оценивания.
      - 4.2.1.3. Оценочные средства.
    - 4.2.2. Решение задач
      - 4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
      - 4.2.2.2. Критерии оценивания.
      - 4.2.2.3. Оценочные средства.

### 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                         | Индикаторы достижения компетенции для данной дисциплины                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений</p> | <p>Знать требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов</p> <p>Уметь определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор</p> <p>Владеть навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа;</p> | <p><b>Текущий контроль:</b><br/> Контрольная работа по темам<br/> Тема 1. Введение в анализ<br/> Тема 2. Пределы<br/> Тема 3. Элементарные функции.<br/> Тема 4. Производная.<br/> Тема 5. Дифференциал.<br/> Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/> Тема 9. Приложения определенного интеграла.<br/> Тема 10. Числовые ряды.<br/> Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/> Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p>Устный опрос по темам:<br/> Тема 1. Введение в анализ<br/> Тема 2. Пределы<br/> Тема 3. Элементарные функции.<br/> Тема 4. Производная.<br/> Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/> Тема 10. Числовые ряды.<br/> Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/> Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p>Письменное домашнее задание по темам<br/> Тема 1. Введение в анализ<br/> Тема 2. Пределы<br/> Тема 3. Элементарные функции.<br/> Тема 4. Производная.<br/> Тема 5. Дифференциал.<br/> Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение.<br/> Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/> Тема 8. Определенный интеграл.<br/> Тема 9. Приложения определенного интеграла.<br/> Тема 10. Числовые ряды.<br/> Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/> Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b><br/> <i>Экзамен, зачет</i></p> |
| <p>ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>                                                                                   | <p>Уметь осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа</p> <p>Владеть способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа</p>                                                                                                                                                                                                                                 | <p><b>Текущий контроль:</b><br/> Контрольная работа по темам<br/> Тема 1. Введение в анализ<br/> Тема 2. Пределы<br/> Тема 3. Элементарные функции.<br/> Тема 4. Производная.<br/> Тема 5. Дифференциал.<br/> Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/> Тема 9. Приложения определенного интеграла.<br/> Тема 10. Числовые ряды.<br/> Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/> Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p>Устный опрос по темам:<br/> Тема 1. Введение в анализ<br/> Тема 2. Пределы</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>Тема 3. Элементарные функции.<br/>Тема 4. Производная.<br/>Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/>Тема 10. Числовые ряды.<br/>Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/>Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p>Письменное домашнее задание по темам<br/>Тема 1. Введение в анализ<br/>Тема 2. Пределы<br/>Тема 3. Элементарные функции.<br/>Тема 4. Производная.<br/>Тема 5. Дифференциал.<br/>Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение.<br/>Тема 7. Неопределенный интеграл.<br/>Тема 8. Определенный интеграл.<br/>Тема 9. Приложения определенного интеграла.<br/>Тема 10. Числовые ряды.<br/>Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.<br/>Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b><br/><i>Экзамен, зачет</i></p> |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

| Комп<br>етен<br>ция | Зачтено                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                          | Не зачтено                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                     | Высокий уровень<br>(отлично)<br>(86-100 баллов)                                                                                                                                          | Средний уровень<br>(хорошо)<br>(71-85 баллов)                                                                                                                                                                                                         | Низкий уровень<br>(удовлетворительно)<br>(56-70 баллов)                                                                                                                                                                                                  | Ниже порогового<br>уровня<br>(неудовлетворитель<br>но)<br>(0-55 баллов)                                                                                                                     |
| УК-2                | Знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов                                   | Знает основные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи | Знает отдельные требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи         | Не знает требования к определению задач в рамках поставленной цели; базовые способы решения задач математического анализа с учетом действующих стандартов                                   |
|                     | Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор | Умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач математического анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи    | Умеет определять основные задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать основные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи. | Не умеет определять основные и специфические задачи в рамках поставленной цели, выявлять и анализировать различные способы решения задач математического анализа и аргументировать их выбор |

|        |                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | Владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа | Владеет основными навыками определения специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи | Владеет отдельными навыками определения основных задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи     | Не владеет навыками определения основных и специфических задач в рамках поставленной цели, выбора рациональных способов решения задач математического анализа; |
| ОПК-8. | Умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа                          | Умеет осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи                                     | Умеет осуществлять по заданным правилам педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи                | Не умеет осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа                           |
|        | Владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа           | Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи                      | Владеет способностью осуществлять педагогическую деятельность по заданным правилам на основе специальных научных знаний в области математического анализа. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи | Не владеет способностью осуществлять эффективную педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний в области математического анализа            |

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

#### Текущий контроль:

3 семестр.

Контрольная работа. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции.

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Устный опрос. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции.

Максимальное количество баллов по БРС - 15.

Письменное домашнее задание. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции.

Максимальное количество баллов по БРС - 15.

Итого  $20+15+15=50$  баллов

Промежуточная аттестация – экзамен– 50 баллов.

4 семестр.

Контрольная работа. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 7. Неопределенный интеграл.

Тема 9. Приложения определенного интеграла.

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Устный опрос. Тема 4. Производная. Тема 7. Неопределенный интеграл.

Максимальное количество баллов по БРС - 15.

Письменное домашнее задание. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 8. Определенный интеграл. Тема 9. Приложения определенного интеграла.

Максимальное количество баллов по БРС - 15.

Итого  $20+15+15=50$  баллов

Промежуточная аттестация – зачет – 50 баллов.

5 семестр.

Контрольная работа. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.

Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Тема 13. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Максимальное количество баллов по БРС - 20.

Устный опрос. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.

Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Максимальное количество баллов по БРС - 15.

Письменное домашнее задание. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Максимальное количество баллов по БРС - 15. Форма контроля реализуется в формате ЦОР «Математический анализ», <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

Итого  $20+15+15=50$  баллов

Промежуточная аттестация – экзамен – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий зачет/экзамен обеспечивает случайное распределение вариантов заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете.

В каждом билете два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого  $20+30=50$  баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для зачета:

56 баллов и более - "зачтено"

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

#### **4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания**

##### **4.1. Оценочные средства текущего контроля**

**4.1.1. Контрольная работа. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 7. Неопределенный интеграл.**

**Тема 9. Приложения определенного интеграла. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

##### **4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий

##### **4.1.1.2 Критерии оценивания**

**17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнил все задания. Проявил высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Проявлен хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Проявлен удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнил менее чем наполовину. Проявлен неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

**3 семестр.**

**Темы 1, 2, 3.**

**Вариант 1**

$$y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{x+2}$$

1) Найти область определения функции

2) Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x-3}\right)^{2x-2}$$

3). Исследовать функции на непрерывность. Исследовать точки разрыва. Построить график этих функций

$$f(x) = \frac{x}{x^2-1};$$

**Вариант 2**

$$y = \frac{\sqrt{x+1}}{\lg(2+x)}$$

1) Найти область определения функции

2) Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-2}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x \sin x)}{\operatorname{tg} x^2}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+4}\right)^{2x-1}$$

3). Исследовать функции на непрерывность. Исследовать точки разрыва. Построить график этих функций

$$f(x) = \begin{cases} 3^x, & x < 0 \\ x+3, & x \geq 0 \end{cases}.$$

**4 семестр.**

**Темы 4, 5, 7, 9.**

1. Применяя правила дифференцирования, найти производные

а)  $y = \sin^3 \operatorname{tg} \frac{1}{x},$

б)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^2}.$

2. Найти  $\frac{d^2 y}{dx^2}.$

$$а) \begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t. \end{cases}$$

3. Найти стороны прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полуокружность радиуса  $R$ .

4. Вычислить интегралы:

$$а) \int \frac{1-2x}{5x^2-1} dx;$$

$$е) \int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$$

;

$$д) \int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx;$$

$$е) \int \frac{1-\sqrt{x+1}}{(1+\sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx;$$

:

4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $\rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$ .

5. Вычислить длину дуги кривой  $y^2 = x^3$  от точки  $O(0,0)$  до точки  $A(4,8)$ .

**5 семестр.**

**Темы 10, 11, 12, 13.**

1. Пользуясь определением, исследовать на сходимость и найти сумму ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

2. Исследовать на сходимость с помощью признаков:

$$а) \text{ сравнения } \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^n};$$

$$б) \text{ Даламбера } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n};$$

$$в) \text{ Коши } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n+1}{n} \right);$$

$$г) \text{ интегрального } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

3. Исследовать ряд на абсолютную, условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$ .

4. Определить область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{3})^n}{\sqrt{n}} \operatorname{tg}^n x$ .

5. Найти интервал, радиус и область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n x^n$ .

6. Пользуясь разложением в ряд Тейлора основных элементарных функций, разложить в ряд Тейлора в окрестности указанной точки  $x_0$  функцию  $f(x) = \ln x, x_0 = 1$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$$

Найти сумму степенного ряда

**4.1.2. Устный опрос. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 10. Числовые ряды.**

**Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

**4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

#### **4.1.2.2 Критерии оценивания**

##### **13-15 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Прекрасное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **11-12 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **8-10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **0--7 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

#### **4.1.2.3. Содержание оценочного средства**

##### **3 семестр.**

##### **Темы 1-3.**

##### **Вопросы:**

1. Множество действительных чисел.
2. Верхняя и нижняя грани числового множества.
3. Абсолютная величина.
4. Функции и их общие свойства.
5. Действительные функции действительной переменной.
6. Некоторые типы поведения функций.
7. Числовые последовательности.
8. Предел последовательности.
9. Предел функции в точке.
10. Второе определение предела функции в точке.
11. Единственность предела.
12. Свойства функции, имеющей предел.
13. Бесконечно малые функции.
14. Теоремы о пределах функций.
15. Предел сложной функции.
16. Предельный переход в неравенство.
17. Бесконечно большие функции.
18. Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности.
19. Предел монотонной последовательности.
20. Принцип вложенных отрезков.
21. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
22. Непрерывность функций в точке.
23. Непрерывность суммы, произведения, частного.
24. Переход к пределу под знаком непрерывной функции.
25. Непрерывность сложной функции.
26. Односторонняя непрерывность.
27. Точки разрыва.
28. Пределы и точки разрыва обратной функции.
29. Ограниченность функции непрерывной на сегменте.
30. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.
31. Степенная функция с дробным показателем.
32. Определение и существование степени с иррациональным показателем.
33. Показательная функция.
34. Существование логарифмов.
35. Логарифмическая функция.
36. Степенная функция с иррациональным показателем.

#### **4 семестр.**

##### **Темы 4,7.**

Вопросы:

1. Определение производной.
2. Механический и геометрический смысл производной.
3. Уравнения касательной и нормали.
4. Непрерывность функции, имеющей производную.
5. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.
6. Производные основных элементарных функций.
7. Односторонние производные.
8. Бесконечные производные.
9. Производные высших порядков.
10. Механический смысл второй производной.
11. Бином Ньютона.
12. Формула Лейбница.
13. Параметрически заданные функции и их дифференцирование.
14. Вектор-функции и их дифференцирование.
15. Сравнение бесконечно малых.
16. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
17. Правило Лопиталья.
18. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
19. Свойства неопределенного интеграла.
20. Таблица основных интегралов.
21. Интегрирование подстановкой и по частям.
22. Интегрирование рациональных функций.
23. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.

#### **5 семестр.**

##### **Темы 10-13.**

Вопросы:

1. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
2. Сравнение рядов с положительными членами.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак.
5. Знакопередающиеся ряды.
6. Абсолютно сходящиеся ряды.
7. Условно сходящиеся ряды.
8. Равномерная сходимость.
9. Признак Вейерштрасса.
10. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
11. Формула Тейлора. Ряд Тейлора.
12. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
13. Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье.
14. Определение и примеры метрических пространств.
15. Предел и непрерывность.
16. Частные производные.
17. Дифференцируемость и дифференциал.
18. Дифференцирование сложной функции.
19. Неявные функции.
20. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
21. Частные производные высших порядков.
22. Дифференциалы высших порядков.
23. Экстремумы функций нескольких переменных.
24. Необходимое условие экстремума.
25. Условный экстремум.
26. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
27. Замена переменных в двойном интеграле.
28. Тройной интеграл.
29. Замена переменных в тройном интеграле.
30. Криволинейный интеграл и его основные свойства.
31. Вычисление криволинейных интегралов.
32. Формула Грина.

33. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.

34. Криволинейный интеграл по длине дуги.

**4.1.3. Письменное домашнее задание. Тема 1. Введение в анализ. Тема 2. Пределы. Тема 3. Элементарные функции. Тема 4. Производная. Тема 5. Дифференциал. Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение. Тема 7. Неопределенный интеграл. Тема 8. Определенный интеграл. Тема 9. Приложения определенного интеграла. Тема 10. Числовые ряды. Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. Тема 12. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

#### **4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

#### **4.1.3.2 Критерии оценивания.**

Форма контроля в 5 семестре реализуется в формате ЦОР «Математический анализ», <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=5641>

##### **13-15 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **11-12 баллов ставится, если обучающийся:**

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **8-10 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### **0--7 баллов ставится, если обучающийся:**

Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### **4.1.3.3. Содержание оценочного средства**

##### **3 семестр.**

##### **Темы 1-3.**

##### **1 вариант.**

1. Найти область определения функции

$$y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

2. Указать, какая из функций является нечетной

а)  $x \cos x$                       б)  $x + \cos x$

в)  $x \cdot \sin x$                       в)  $x^2 + \sin x$

3.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x} = \dots$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x} =$

##### **2 вариант.**

1. Найти область определения функции.  $y = \ln(x^2 + 1)$

2. Функция  $f(x)$  имеет наименьший положительный период  $T = 6$ . Какой период имеет функция  $f(3x)$

3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( x - \frac{x}{x-2} \right) =$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x} = \dots$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 3x} = \dots$

##### **4 семестр.**

##### **Темы 4-9.**

##### **1 вариант.**

1. Найдите производную функции

$$y = \frac{1}{3}x^6$$

$$y = -\frac{1}{x^2}$$

2. Найти вторую производную функции

3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = \ln x + x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

4. Найдите первообразную функции  $y = \sin x + \cos 2x$

5. Вычислить  $\int \frac{dx}{x+2}$

6. Вычислить  $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

7. Интеграл  $\int_{\pi}^{3\pi} \cos 2x dx$

равен:

**2 вариант.**

$$y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$$

1. Найдите производную функции

2. Вторая производная функции  $y = 2^x$  равна:

3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 6 - 2x + 1,5x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

4. Найдите первообразную функции  $y = 4e^{2x+1}$

5. Вычислить  $\int \frac{dx}{3x-8}$

6. Вычислить  $\int_1^4 (2x - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$

7. Интеграл  $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$

равен:

**5 семестр.**

**Темы 10-13.**

**1 вариант.**

1. Исследовать ряды на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ ;

2. Исследовать ряды на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(n+1)}$ .

3. Исследовать ряды на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n+1}$

4. Исследовать ряды на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{5n+1}}$ ;

5. Найти полный дифференциал второго порядка функции  $z = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos y}$ , если  $x$  и  $y$  независимые переменные.

6. Найти частные производные сложной функции:  $z'_t, z'_s$

$$z = \ln(x + y), x = \sin t + \cos s, y = \cos t + \sin s.$$

$$7. \text{ Найти частные производные } z'_x, z'_y. \quad 4x^3 + 8y - z^5 + e^{x^2+y^2+z^2} = 0.$$

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрены зачет и экзамен. Зачет/Экзамен проходит по билетам. В каждом билете два теоретических вопроса и одна задача. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, как по материалам билета, так и по основным определениям курса в целом. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий. Оценивается знание основных разделов математического анализа, способность выявлять и анализировать различные способы решения задач и аргументировать их выбор, умение решать типовые задачи, умение применять полученные специальные научные знания при решении, владение представлениями о связи математического анализа со школьным курсом математики, методами научно-педагогического исследования в предметной области.

##### 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

##### 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов математического анализа.

##### 4.2.1.2. Критерии оценивания.

##### 17-20 баллов ставится, если обучающийся:

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### 14-16 баллов ставится, если обучающийся:

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### 11-13 баллов ставится, если обучающийся:

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### 0--10 баллов ставится, если обучающийся:

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### 4.2.1.3. Оценочные средства.

##### Вопросы для устного или письменного ответа

##### 3 семестр.

1. Множество действительных чисел.
2. Верхняя и нижняя грани числового множества.
3. Абсолютная величина.
4. Функции и их общие свойства.
5. Действительные функции действительной переменной.
6. Некоторые типы поведения функций.
7. Числовые последовательности.
8. Предел последовательности.
9. Предел функции в точке.
10. Второе определение предела функции в точке.
11. Единственность предела.
12. Свойства функции имеющей предел.
13. Бесконечно малые функции.
14. Теоремы о пределах функций.
15. Предел сложной функции.
16. Пределный переход в неравенствах.
17. Предел промежуточной переменной.
18. Бесконечно большие функции.
19. Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности.
20. Предел монотонной последовательности.
21. Принцип вложенных отрезков.

22. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
23. Непрерывность функций в точке.
24. Непрерывность суммы, произведения, частного.
25. Переход к пределу под знаком непрерывной функции.
26. Непрерывность сложной функции.
27. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва.
28. Пределы и точки разрыва обратной функции.
29. Ограниченность функции непрерывной на сегменте.
30. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.
31. Степенная функция с дробным показателем.
32. Определение и существование степени с иррациональным показателем.
33. Показательная функция.
34. Существование логарифмов.
35. Логарифмическая функция.
36. Степенная функция с иррациональным показателем.

#### **4 семестр.**

1. Определение производной.
2. Механический и геометрический смысл производной.
3. Уравнения касательной и нормали.
4. Непрерывность функции имеющей производную.
5. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.
6. Производные основных элементарных функций.
7. Односторонние производные.
8. Бесконечные производные.
9. Производные высших порядков.
10. Механический смысл второй производной.
11. Бином Ньютона.
12. Формула Лейбница.
13. Параметрически заданные функции и их дифференцирование.
14. Вектор - функции и их дифференцирование.
15. Сравнение бесконечно малых.
16. Связь дифференциала с производной.
17. Дифференциал сложной функции.
18. Дифференциалы высших порядков.
19. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
20. Правило Лопиталя.
21. Возрастание и убывание функции на промежутке.
22. Необходимое единственное число и достаточные условия максимума и минимума.
23. Выпуклые функции.
24. Точки перегиба.
25. Асимптоты.
26. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
27. Свойства неопределенного интеграла.
28. Таблица основных интегралов.
29. Интегрирование подстановкой и по частям.
30. Интегрирование рациональных функций.
31. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций.
32. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
33. Определенный интеграл.
34. Суммы Дарбу.
35. Существование определенного интеграла.
36. Интегрируемость непрерывной функции.
37. Свойства определенного интеграла.
38. Теорема о среднем значении.
39. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
40. Формула Ньютона - Лейбница.
41. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
42. Квадрируемые фигуры.
43. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах.
44. Вычисление объемов.
45. Длина и дифференциал дуги.
46. Площадь поверхности вращения.

47. Приложения определенного интеграла в физике.
48. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
49. Интеграл от неограниченных функций.

#### **5 семестр.**

1. Понятие числового ряда и его суммы.
2. Сложение рядов. Умножение ряда на число.
3. Геометрическая прогрессия.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
5. Критерий Коши.
6. Сравнение рядов с положительными членами.
7. Признаки Даламбера и Коши.
8. Интегральный признак.
9. Знакопередающиеся ряды.
10. Абсолютно сходящиеся ряды.
11. Условно сходящиеся ряды.
12. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
13. Равномерная сходимость.
14. Признак Вейерштрасса.
15. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
16. Степенной ряд. Теорема Абеля.
17. Равномерная сходимость степенных рядов.
18. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
19. Формула Тейлора. Ряд Тейлора.
20. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
21. Круг и радиус сходимости степенного ряда с комплексными членами.
22. Тригонометрический ряд Фурье.
23. Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье.
24. Определение и примеры метрических пространств.
25. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.
26. Компакты в метрическом пространстве.
27. Нормированные пространства.
28. Функции нескольких переменных.
29. Предел и непрерывность.
30. Частные производные.
31. Дифференцируемость и дифференциал.
32. Дифференцирование сложной функции.
33. Неявные функции.
34. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
35. Частные производные высших порядков.
36. Дифференциалы высших порядков.
37. Формула Тейлора для функции двух переменных.
38. Экстремумы функций нескольких переменных.
39. Градиент. Производная по направлению.
40. Необходимое условие экстремума.
41. Условный экстремум.
42. Двойной интеграл.
43. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
44. Замена переменных в двойном интеграле.
45. Тройной интеграл.
46. Замена переменных в тройном интеграле.
47. Криволинейный интеграл и его основные свойства.
48. Вычисление криволинейных интегралов.
49. Формула Грина.
50. Криволинейные интегралы, зависящие только от начала и конца пути интегрирования.
51. Криволинейный интеграл по длине дуги.
52. Вычисление площади поверхности.

#### **4.2.2. Решение задач**

##### **4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Предлагаются задачи на проверку знаний основных разделов математического анализа, умений проводить практические расчеты, анализировать полученные результаты; умений решать типовые задачи математического анализа.

#### 4.2.2.2. Критерии оценивания.

**26-30 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**0-16 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

#### 4.2.2.3. Оценочные средства.

Комплект типовых задач к экзамену:

3 семестр.

$$y = \frac{3x-1}{5x+6}$$

1. Найти область определения функции

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{3n^2 - 1}$$

2. Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n^2 + 1}$$

3. Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4}{n^2 + 5}$$

4. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - 1}{\sqrt{5+x} - 2}$$

5. Вычислиь предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 5x \sin x)}{\operatorname{tg} x^2}$$

6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+4} \right)^{2x-1}$$

7. Вычислить предел

8. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва. Построить график функции.

$$f(x) = \begin{cases} 3^x, & x < 0 \\ x + 3, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{3x-1}{5x+6}$$

9. Найти область определения функции

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{3n^2 - 1}$$

10. Найти пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n^2 + 1}$$

11. Найти пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4}{n^2 + 5}$$

12. Найти пределы:

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{2-x}-1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$$

4 семестр.

1. Найти производную функции  $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

2. Найти производную функции  $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin x$

3. Найти экстремум функции  $y = x^3 - 3x$

4. Найти производную функции  $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4$

5. Найти производную функции  $y = e^{x^2} \cdot \operatorname{ctg} x$

6. Найти экстремум функции  $y = \frac{6\sqrt{x}}{x+2}$

7. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{5x-2}}$ .

8. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ .

9. Вычислить неопределенный интеграл  $\int x e^{x^2} dx$ .

10. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$ .

11. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$ .

12. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ .

13. Вычислить неопределенный интеграл  $\int e^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x^2} dx$ .

14. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 x e^{2x} dx$ .

5 семестр.

1. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^n}$ .

2. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

3. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$ .

4. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n(n+1)}$ .

5. Исследовать ряды на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n+1}$ .

6. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n!}$ .

7. Определить область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{3})^n}{\sqrt{n}} \operatorname{tg}^n x$ .

8. Найти интервал, радиус и область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n x^n$ .
9. Найти частные производные  $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}$ .  $z = \sin(x^4 y^3)$ .
10. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда наибольшего объема при данной поверхности  $S = 10 \text{ м}^2$ .

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

#### Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 448 с. — ISBN 978-5-507-47695-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/405284> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 464 с. — ISBN 978-5-507-50322-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/417914> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Шершнев, В. Г. Математический анализ : учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1911157> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
4. Шершнев, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями / Шершнев В.Г. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2026. - 164 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018502-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2172579> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
5. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Г. Н. Берман. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2026. — 492 с. — ISBN 978-5-507-52146-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/440093> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительная литература:

1. Жукова, Г. С. Математический анализ. Том 1 : учебник / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло ; под ред. Г. С. Жуковой. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 388 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072169. - ISBN 978-5-16-019247-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2100015> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
2. Жукова, Г. С. Математический анализ. Том 2 : учебник / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло ; под ред. Г.С. Жуковой. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 518 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072172. - ISBN 978-5-16-019221-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2098502> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
3. Жукова, Г. С. Математический анализ в примерах и задачах : учебное пособие : в 2 частях. Часть 1 / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 260 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072156. - ISBN 978-5-16-015963-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1860691> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
4. Жукова, Г. С. Математический анализ в примерах и задачах : учебное пособие : в 2 частях. Часть 2 / Г. С. Жукова, М. Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 544 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1072162. - ISBN 978-5-16-015965-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1864099> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.
5. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 3-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 351 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5267. - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1911211> (дата обращения: 18.02.2026). — Режим доступа: по подписке.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и информатика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2026

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Office Professional Plus 2010

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»