

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 18.02.2026 15:20:09  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15aca386f5219d3113d727fe7da78

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал) КФУ



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель директора по  
образовательной деятельности

  
С.Ю. Бахвалов  
« 19 » 05 2025 г.



**Программа дисциплины (модуля)**  
*Групповой анализ дифференциальных уравнений*

Направление подготовки/специальность: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки (специальности): Математическое образование

Квалификация: магистр

Форма обучения: заочная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: - 2025

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н., доцент, к.н. (доцент) Миронова Л.Б. (Кафедра математики и прикладной информатики, отделение математики и естественных наук)

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий
УК-1.1	Знать методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; способы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации
УК-1.2	Уметь анализировать проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации; определять стратегию достижения поставленной цели как последовательности шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-1.3	Владеть навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода и определения стратегии действий для достижения поставленной цели
ОПК-8	Способен проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований
ОПК-8.1	Знать технологии проектирования педагогической деятельности на основе специальных научных знаний и результатов исследований
ОПК-8.2	Уметь проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований
ОПК-8.3	Владеть способностью проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

основные понятия и факты группового анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера, связанные с дифференциальными уравнениями.

Должен владеть:

математическим аппаратом теории дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области, навыками решения практических задач с помощью группового анализа дифференциальных уравнений.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.04.01 "Педагогическое образование (Математическое образование)" и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 12 часа(ов), в том числе лекции - 6 часа(ов), практические занятия - 6 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 87 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 9 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	С е м е с тр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.	1	2	2	0	20
2.	Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.	1	2	2	0	31
3.	Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.	1	2	2	0	36
	Итого: 108 ч. (из них 9 ч. контроль)		6	6	0	87

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.**

Определение однопараметрической группы. Уравнение Ли. Инварианты и инфинитезимальный оператор группы. Инвариантные уравнения.

**Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.**

Теория продолжения инфинитезимального оператора. Группы точечных преобразований. Формулы продолжения. Примеры продолженных операторов. Определяющие уравнения. Алгебры Ли.

**Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.**

Интегрирующий множитель. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование уравнений первого порядка. Интегрирование уравнений второго порядка.

**5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры

(утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

#### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):- в электронном виде – через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде – в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе «Электронный университет». При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Бесплатный ресурс для студентов – <http://math24.ru/calculus-list.html>

Образовательный математический сайт – <https://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Образовательный математический сайт – <http://www.exponenta.ru/>

Учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
лекции	Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры. Студентам необходимо: - перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

	<p>- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных носителях, представленный лектором на портале или присланный на электронный почтовый ящик группы (таблицы, графики, схемы); данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;</p> <p>- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте белых пятен в освоении материала.</p>
практические занятия	<p>- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;</p> <p>- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;</p> <p>- при подготовке к практическим занятиям следует обязательно использовать учебную литературу,</p> <p>- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, заданных для самостоятельного решения;</p> <p>- в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;</p> <p>- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю. Студентам, пропустившим занятия (независимо от причин), не имеющие письменного решения задач или не подготовившиеся к данному практическому занятию, рекомендуется не позже чем в 2-недельный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме, изучавшейся на занятии. Студенты, не отчитавшиеся по каждой не проработанной ими на занятиях теме к началу зачетной сессии, упускают возможность получить положенные баллы за работу в соответствующем семестре.</p>
самостоятельная работа	<p>Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. По каждой теме учебной дисциплины студентам предлагается перечень заданий для самостоятельной работы. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны исполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.</p>
экзамен	<p>Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.</p>

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория № 82 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 48 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 2 шт. Трибуна 1 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска EliteBoard WR-84A10 1 шт. Ноутбук ICL Pi155 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривизовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 60 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы. Площадь 73,4 кв.м. Комплект мебели (посадочных мест) 29 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Компьютерный класс:

Компьютеры intel core i5 15 шт. Мониторы ViewSonic 22d 15 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска IQBoard DVT TN082 1 шт. Трибуна 1 шт. Кондиционер 1 шт. Настенные полки 6 шт. Шкаф двухстворчатый с полками 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
  - продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
  - продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
  - продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.04.01 "Педагогическое образование" и магистерской программе "Математическое образование".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)  
Б1.В.01.01 Групповой анализ дифференциальных уравнений**

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математическое образование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ
3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ
4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
  - 4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
    - 4.1.1. Устный опрос
      - 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.1.2. Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Письменная работа
      - 4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.2.2. Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
    - 4.2.1. Экзамен
      - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.2.1.2. Критерии оценивания
      - 4.2.1.3. Оценочные средства

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
<p>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.</p>	<p>Знать базовые методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; алгоритмы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации.</p> <p>Уметь анализировать проблемную ситуацию по заданному алгоритму; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации; определять стратегию достижения поставленной цели как последовательности шагов, предвидя общий результат каждого из них.</p> <p>Владеть базовыми навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода и определения стратегии действий для достижения поставленной цели.</p>	<p>Текущий контроль: Устный опрос по темам: Тема 1. Однопараметрические группы преобразований. Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу. Письменная работа на темы: Тема 1. Однопараметрические группы преобразований. Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу. Промежуточная аттестация: экзамен.</p>
<p>ОПК-8 Владеть навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода и определения стратегии действий для достижения поставленной цели.</p>	<p>Знать технологии проектирования педагогической деятельности на основе специальных научных знаний и результатов исследований.</p> <p>Уметь проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований.</p> <p>Владеть способностью проектировать педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний и результатов исследований.</p>	<p>Текущий контроль: Устный опрос по темам: Тема 1. Однопараметрические группы преобразований. Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу. Письменная работа на темы: Тема 1. Однопараметрические группы преобразований. Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу. Промежуточная аттестация: экзамен.</p>

2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
УК-1	Знает базовые методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; алгоритмы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации	Знает базовые методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; основные алгоритмы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Знает базовые методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; отдельные алгоритмы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации. Допускает типичные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Не знает базовые методы критического анализа и оценки проблемных ситуаций на основе системного подхода; основные принципы критического анализа; алгоритмы поиска вариантов решения поставленной проблемной ситуации
	Умеет анализировать проблемную ситуацию по заданному алгоритму; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации; определять стратегию достижения поставленной цели как последовательности шагов, предвидя общий результат каждого из них	Умеет анализировать проблемную ситуацию по заданному алгоритму; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации; определять стратегию достижения поставленной цели как последовательности шагов	Умеет анализировать проблемную ситуацию по заданному алгоритму; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации	Не умеет анализировать проблемную ситуацию по заданному алгоритму; осуществлять поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации; определять стратегию достижения поставленной цели как последовательности шагов, предвидя общий результат каждого из них.
	Владеет базовыми навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода и определения стратегии действий для достижения поставленной цели.	Владеет базовыми навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Владеет отдельными навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Не владеет базовыми навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода и определения стратегии действий для достижения

				поставленной цели
ОПК-8	Знает современные технологии проектирования педагогической деятельности на основе принципов научного познания и результатов исследований	Знает основные современные технологии проектирования педагогической деятельности на основе принципов научного познания и результатов исследований. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Знает отдельные современные технологии проектирования педагогической деятельности на основе принципов научного познания и результатов исследований. Допускает типичные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Не знает современные технологии проектирования педагогической деятельности на основе принципов научного познания и результатов исследований
	Умеет самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания и результатов исследований	Умеет самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Умеет проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания. Допускает типичные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Не умеет самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания и результатов исследований
	Владеет способностью самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания и результатов исследований	Владеет способностью самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания. Допускает незначительные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Владеет способностью проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания. Допускает типичные ошибки при ответе на поставленные вопросы.	Не владеет способностью самостоятельно проектировать педагогическую деятельность на основе принципов научного познания и результатов исследований

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

2 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос – 25 баллов

Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.

Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.

Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.

Письменная работа – 25 баллов.

Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.

Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.

Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.

Итого максимальное количество баллов по БРС  $25+25=50$  баллов.

**Промежуточная аттестация** – экзамен – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий экзамен обеспечивает случайное распределение вариантов экзаменационных заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете. Экзамен проводится по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. На вопросы билета дается письменный или устный ответ.

1-й устный или письменный ответ – 25 баллов.

2-й устный или письменный ответ – 25 баллов.

Итого  $25+25=50$  баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

56-70 – удовлетворительно

71-85 – хорошо

86-100 – отлично

0-55 – неудовлетворительно

#### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

##### 4.1. Оценочные средства текущего контроля (устный опрос, письменная работа)

###### 4.1.1. Устный опрос по темам:

Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.

Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.

Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.

###### 4.1.1.1. Порядок проведения.

Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, отвечать на дополнительные вопросы.

###### 4.1.1.2. Критерии оценивания

**22-25 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыто содержание темы, дано исчерпывающее решение задачи. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Продемонстрировано умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**18-21 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыты, дано в целом верное решение задачи. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**14-17 баллов ставится, если обучающийся:**

Содержание темы частично раскрыто, решение задачи содержит пробелы. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**0--13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

**4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

Вопросы для устного опроса:

1. Определение группы.
2. Группа Ли.
3. Коммутатор.
4. Структурные постоянные.
5. Оператор группы.
6. Инварианты преобразования.
7. Определяющие уравнения.
8. Алгебра Ли.
9. Интегрирующий множитель.
10. Замена переменной.
11. Инварианты Лапласа.
12. Уравнение Лиувилля.

**4.1.2. Письменная работа:**

Тема 1. Однопараметрические группы преобразований.

Тема 2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями.

Тема 3. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу.

**4.1.2.1. Порядок проведения.**

Обучающиеся пишут работу, содержащую набор задач, предложенных преподавателем, и сдают преподавателю в письменном виде. Оцениваются правильность и полнота решения задач, владение теоретическим материалом, формулировка выводов, соблюдение требований к структуре и оформлению работы, своевременность выполнения. Работа выполняется от руки.

**4.1.1.2. Критерии оценивания**

**22-25 баллов ставится, если обучающийся:**

- полностью решил предложенные задачи;
- продемонстрировал отличное владение теоретическим материалом;
- решение задач оформлено логически правильно и не содержит вычислительных ошибок;
- структура работы соответствует поставленным задачам, работа выполнена самостоятельно.

**18-21 баллов ставится, если обучающийся:**

- полностью решил не менее 75% предложенных задач;
- продемонстрировал хорошее владение теоретическим материалом;
- решение задач оформлено логически правильно и не содержит грубых вычислительных ошибок;
- структура работы соответствует поставленным задачам, работа выполнена самостоятельно.

**14-17 баллов ставится, если обучающийся:**

- полностью решил не менее 50% предложенных задач;
- продемонстрировал удовлетворительное владение теоретическим материалом;
- решение задач оформлено логически правильно и не содержит грубых вычислительных ошибок;
- структура работы соответствует поставленным задачам, работа выполнена самостоятельно.

**0--13 баллов ставится, если обучающийся:**

- полностью решил менее 50% предложенных задач;
- продемонстрировал слабое владение теоретическим материалом;
- решение задач содержит грубые вычислительные ошибки;
- структура работы не соответствует поставленным задачам, работа выполнена несамостоятельно.

**4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

1. Образуют ли группу преобразования  $x' = ax$ ,  $y' = a^2y$ ? Если да, то найти нейтральный и обратный элементы.
2. Привести закон умножения в группе к простейшему виду  
 $x' = \sqrt{1-a^2}x - ay$ ,  $y' = ax + \sqrt{1-a^2}y$ .
3. Привести группу с оператором  $X = x^2 \frac{\partial}{\partial x} + xy \frac{\partial}{\partial y}$  к группе переносов.
4. Найти преобразование, генерирующее оператор группы  $X = kx^2 \frac{\partial}{\partial x} + z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z}$ .
5. Найти инварианты группы вращений в трехмерном пространстве.
6. Определить вид дифференциального уравнения, инвариантного относительно

группы  $X = x \frac{\partial}{\partial x} + 2y \frac{\partial}{\partial y}$ .

7. Проинтегрировать уравнение и найти особое решение  $y'^2 - 2x^3y' - 4x^2y = 0$ .

## 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### 4.2.1. Экзамен

#### 4.2.1.1. Порядок проведения

По дисциплине предусмотрен экзамен. Экзамен проходит по билетам. В каждом билете два вопроса (один теоретический, второй задача). Задачи подбираются аналогичные рассмотренным в письменной работе. Экзамен имеет целью комплексную проверку освоения дисциплины. Обучающийся получает билет и время на подготовку.

Экзамен проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

Обучающиеся выбирают билет. Дается время на подготовку (30 минут). Для ответа на вопросы билета обучающиеся вызываются по списку.

#### 4.2.1.2. Критерии оценивания.

Каждый из двух вопросов оценивается максимум в 25 баллов.

##### **22-25 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Отличное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **18-21 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **14-17 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **0--13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения

#### 4.2.1.3. Оценочные средства

Вопросы к экзамену

1. Определение однопараметрической группы.
2. Уравнение Ли. Теорема Ли.
3. Приведение закона умножения в группе к простейшему виду.
4. Оператор группы.
5. Группы на плоскости. Их операторы и инварианты.
6. Приведение произвольной группы к группе переносов.
7. Условие инвариантности поверхности.
8. Задание уравнения поверхности в инвариантной форме.
9. Формулы продолжения.
10. Многопараметрические группы и алгебры Ли.
11. Интегрирующий множитель.
12. Интегрирование уравнения первого порядка заменой переменных.
13. Дифференциальные инварианты второго порядка.
14. Уравнения второго порядка с известным допускаемым оператором.

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математическое образование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

**Основная литература:**

1. Зайцев, В. Ф. Дифференциальные уравнения (структурная теория) : Учебное пособие для вузов / В. Ф. Зайцев, Л. В. Линчук, А. В. Флегонтов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-7955-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169802> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Виноградов, А. М. Когомологический анализ уравнений с частными производными и вторичное исчисление : учебное пособие / А. М. Виноградов ; под редакцией И. С. Красильщика ; переводчик С. М. Львовский. — Москва : МЦНМО, 2021. — 364 с. — ISBN 978-5-4439-3573-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/267731> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие / В. К. Романко. — 8-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2024. — 349 с. — ISBN 978-5-93208-735-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/418028> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Дубровский, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения : учебное пособие / В. В. Дубровский, С. И. Кадченко, В. В. Дубровский. - 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2020. - 180 с. - ISBN 978-5-9765-2197-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1142458> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

**Дополнительная литература:**

1. Зорич, В. А. Математический анализ задач естествознания : учебное пособие / В. А. Зорич. — Москва : МЦНМО, 2021. — 155 с. — ISBN 978-5-4439-3225-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/267617> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Яковенко, Г. Н. Теория управления регулярными системами : учебное пособие / Г. Н. Яковенко. — 5-е эл. изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2025. — 267 с. — ISBN 978-5-93208-848-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/472682> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Предельное состояние деформируемых тел и горных пород : монография / Д. Д. Ивлев, Л. А. Максимова, Р. И. Непершин, Ю. Н. Радаев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 829 с. — ISBN 978-5-9221-0914-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/49082> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Меграбов, А. Г. Дифференциальные инварианты группы эквивалентности и их приложения : монография / А. Г. Меграбов. — Новосибирск : НГТУ, 2022. — 482 с. — ISBN 978-5-7782-4679-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/306185> (дата обращения: 21.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.04.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математическое образование

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: заочное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2025

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Office Professional Plus 2010

Notepad ++

Maple V Release 4

MathCAD Education-University Edition

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»