


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Умаров Марат Файзуллаевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 16.02.2026 11:54:13  
Уникальный программный ключ:  
48505f11ec15acaa386f5219d3113d727fef0a18

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал) КФУ



УТВЕРЖДАЮ

Директор  
Елабужского института КФУ  
 Е.Е. Мерзон.  
" 8 " 06 20 23 г.

Программа дисциплины (модуля)  
Численные методы

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Анисимова Э.С. (Кафедра математики и прикладной информатики).

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач
ПК-1.1	Знать структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач
ПК-1.2	Уметь понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач
ПК-1.3	Владеть способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области численных методов

Должен уметь:

понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов

Должен владеть:

способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)" и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Осваивается на 5 курсе в 9 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 46 часа(ов), в том числе лекции - 24 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 22 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 62 часа(ов).

Контроль (Экзамен / зачет) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 9 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в численные методы.	9	2	0	2	6
2.	Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.	9	4	0	2	10
3.	Тема 3. Решение систем линейных уравнений.	9	2	0	4	6
4.	Тема 4. Интерполирование.	9	4	0	4	8
5.	Тема 5. Вычисление определенных интегралов.	9	4	0	4	12
6.	Тема 6. Решение дифференциальных уравнений.	9	4	0	4	12
7.	Тема 7. Обработка экспериментальных данных.	9	4	0	2	8
	Итого: 144 ч. (из них 36 ч. контроль)		24	0	22	62

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Введение в численные методы.

Определение погрешности. Абсолютная погрешность. Относительная погрешность. Моделирование как метод познания. Натурный эксперимент. Физическое моделирование. Математическое моделирование. Численное моделирование. Имитационное моделирование. Информационные модели. Вычислительный эксперимент. Источники погрешности.

##### Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.

Постановка задачи. Корень уравнения. Решение уравнения. Аналитическое решение уравнения. Равносильность уравнений. Отделение корней. Уточнение корней. Метод проб. Метод бисекции (половинного деления). Метод пропорционального деления. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод касательных. Комбинированный метод. Метод итерации.

##### Тема 3. Решение систем линейных уравнений.

Система линейных уравнений. Решение системы уравнений. Точные (прямые) методы решения системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Особенности компьютерной реализации точных методов решения систем уравнений. Метод итерации. Сходимость метода итерации. Метод Зейделя. Метод релаксации (ослабления).

##### Тема 4. Интерполирование.

Задача аппроксимации. Геометрический смысл аппроксимации. Интерполирование. Экстраполирование. Параболическое интерполирование. Метод неопределенных коэффициентов. Формула Лагранжа. Первая интерполяционная формула Ньютона. Вторая интерполяционная формула Ньютона. Использование интерполяционных формул.

##### Тема 5. Вычисление определенных интегралов.

Постановка задачи вычисления интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрический смысл вычисления определенных интегралов. Формулы прямоугольников. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона. Коэффициенты Котеса. Обобщенные квадратурные формулы. Метод двойного пересчета. Метод Монте-Карло.

##### Тема 6. Решение дифференциальных уравнений.

Обыкновенное дифференциальное уравнение и его решение. Решение дифференциального уравнения на интервале. Задача Коши. Дифференциальное уравнение и интегральное уравнение. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора. Формула Эйлера. Метод Эйлера. Решение задачи Коши из интегрального уравнения. Метод Рунге-Кутты.

##### Тема 7. Обработка экспериментальных данных.

Постановка задачи. Отличие от задачи интерполирование. Линейная и квадратичная регрессии. Метод средних. Метод наименьших квадратов. Приемы построения эмпирических формул (геометрическая регрессия, показательная функция, дробно-линейная функция, логарифмическая функция, гипербола, дробно-рациональная функция). Выравнивание к нормальному распределению.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 6 апреля 2021 года № 245)

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке Елабужского института КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки Елабужского института КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторам могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.
лабораторные работы	Лабораторные занятия - это одна из разновидностей практического занятия, являющаяся эффективной формой учебных занятий в организации высшего образования. Лабораторные занятия имеют выраженную специфику в зависимости от учебной дисциплины, углубляют и закрепляют теоретические знания. На этих занятиях студенты осваивают конкретные методы изучения дисциплины, обучаются экспериментальным способам анализа, умению работать с приборами и современным оборудованием. Лабораторные занятия дают наглядное представление об изучаемых явлениях и процессах, студенты осваивают постановку и ведение эксперимента, учатся умению наблюдать, оценивать полученные результаты, делать выводы и обобщения. На лабораторных занятиях студенты выполняют задания лабораторных работ с использованием пакета прикладных математических программ SciLab. Отчёт по итогам выполненных лабораторных работ выполняется на листах белой бумаги формата А4 в печатном или рукописном виде. При оформлении отчёта используется сквозная нумерация страниц, считая титульный лист первой страницей. Номер страницы на титульном листе не ставится. Номера страницы ставятся по центру сверху. При оформлении отчёта в печатном виде желательно соблюдать следующие требования. Для заголовков: полужирный шрифт, 14 пт, центрированный. Для основного текста: нежирный шрифт, 14 пт, выравнивание по ширине. Во всех случаях тип шрифта - Times New Roman, отступ абзаца 1.25 см, полуторный междустрочный интервал. Поля: левое - 3 см, правое - 1 см, верхнее и нижнее - 2 см. Отчет должен содержать следующие элементы: 1) Титульный лист с обязательным указанием варианта; 2) Цель работы; 3) Задание; 4) Основная часть; 5) Вывод.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов по дидактической сути представляет собой комплекс условий обучения, организуемых преподавателем и направленных на самоподготовку учащихся. Учебная деятельность протекает без непосредственного участия преподавателя и заключается в проработке лекционного материала, подготовке к лабораторным занятиям; изучении учебной литературы из основного и дополнительного списка.
экзамен	Экзамен по курсу проводится по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. После ответа студенту могут быть заданы дополнительные вопросы, как по материалам билета, так и по основным определениям курса в целом. При подготовке к экзамену необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория № 60 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы.. Комплект мебели (посадочных

мест) 29 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Компьютерный класс: Компьютеры intel core i5 15 шт. Мониторы ViewSonic 22d 15 шт. Проектор EPSON EB-535W 1 шт. Интерактивная доска IQBoard DVT TN082 1 шт. Трибуна 1 шт. Кондиционер 1 шт. Настенные полки 6 шт. Шкаф двухстворчатый с полками 1 шт. Веб-камера 1 шт. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

Учебная аудитория № 86 (423600, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89) для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Комплект мебели (посадочных мест) 100 шт. Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя 1 шт. Меловая доска настенная 1 шт. Интерактивная трибуна intel core i3 1 шт. Монитор LG, 22d 1 шт. Проектор Panasonic VX400 1 шт. Колонки 20w 6 шт. Усилитель 3000w, микшер Xepyx1202, микрофоны, Портреты 12 шт. Веб-камера. Выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду. Набор учебно-наглядных пособий: комплект презентаций в электронном формате по преподаваемой дисциплине 3-5 шт.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи Экзамена или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на Экзамене или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Елабужский институт (филиал)

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)  
Б1.В.01.01 Численные методы**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Профиль подготовки: Математика и физика  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
    - 4.1.1. Лабораторные работы
      - 4.1.1.1. Порядок проведения.
      - 4.1.1.2 Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### Экзамен

- 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос
  - 4.2.1.1. Порядок проведения.
  - 4.2.1.2. Критерии оценивания.
  - 4.2.1.3. Оценочные средства.
- 4.2.2. Решение задач
  - 4.2.2.1. Порядок проведения.
  - 4.2.2.2. Критерии оценивания.
  - 4.2.2.3. Оценочные средства.

## 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ПК-1 – Способен понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач	<p>Знать структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области численных методов</p> <p>Уметь понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов</p> <p>Владеть способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов</p>	<p><b>Текущий контроль:</b> Лабораторные работы по темам Тема 1. Введение в численные методы. Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной. Тема 3. Решение систем линейных уравнений. Тема 4. Интерполирование. Тема 5. Вычисление определенных интегралов. Тема 6. Решение дифференциальных уравнений. Тема 7. Обработка экспериментальных данных.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> <i>Экзамен</i></p>

## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	
ПК-1	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области численных методов	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области численных методов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Знает структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; основные математические методы для решения поставленных задач из области численных методов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не знает структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; математические методы для решения поставленных задач из области численных методов
	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или	Умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; применять основные математические методы при решении поставленных задач из области численных методов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или	Не умеет понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов

		решении поставленной задачи	решении поставленной задачи	
	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между основными математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов. Допускает незначительные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между отдельными математическими дисциплинами; применять основные математические методы при решении поставленных задач из области численных методов. Допускает типичные ошибки при ответе на вопрос или решении поставленной задачи	Не владеет способностью понимать общую структуру математического знания и взаимосвязи между математическими дисциплинами; применять математические методы при решении поставленных задач из области численных методов

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

9 семестр:

#### Текущий контроль:

Лабораторные работы

Тема 1. Введение в численные методы.

Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.

Тема 3. Решение систем линейных уравнений.

Тема 4. Интерполирование.

Тема 5. Вычисление определенных интегралов.

Тема 6. Решение дифференциальных уравнений.

Тема 7. Обработка экспериментальных данных.

Максимальное количество баллов по БРС - 50.

Итого 50 баллов

#### Промежуточная аттестация - экзамен – 50 баллов.

Промежуточная аттестация проводится после завершения изучения дисциплины или ее части в форме, определяемой учебным планом образовательной программы с целью оценить работу обучающегося, степень усвоения теоретических знаний, уровень сформированности компетенций.

Преподаватель, принимающий экзамен, обеспечивает случайное распределение вариантов заданий между обучающимися с помощью билетов и/или с применением компьютерных технологий; вправе задавать обучающемуся дополнительные вопросы и давать дополнительные задания помимо тех, которые указаны в билете. Экзамен проводится по билетам. В каждом билете два оценочных средства: устный или письменный ответ на вопрос и решение задачи.

Устный или письменный ответ – 20 баллов.

Решение задачи – 30 баллов.

Итого 20+30=50 баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: 50+50=100 баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Лабораторные работы

Тема 1. Введение в численные методы.

Тема 2. Решение уравнений с одной неизвестной.  
 Тема 3. Решение систем линейных уравнений.  
 Тема 4. Интерполирование.  
 Тема 5. Вычисление определенных интегралов.  
 Тема 6. Решение дифференциальных уравнений.  
 Тема 7. Обработка экспериментальных данных.

#### 4.1.1.1. Порядок проведения.

Лабораторные работы проводятся в часы аудиторной работы.

Перед выполнением каждой работы студенты-бакалавры должны проработать соответствующий материал, используя конспекты теоретических занятий, периодические издания, учебно-методические пособия и учебники.

По окончании занятий студенты оформляют отчет по каждой работе, соблюдая следующую форму:

- Наименование темы;
- Цель работы;
- Задание и содержание выполненной работы,
- Письменные ответы на контрольные вопросы.
- Выводы по проделанной работе.
- Список использованных источников.

#### 4.1.1.2 Критерии оценивания

##### 43-50 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил все задания. Продemonстрировал высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 36-42 баллов ставится, если обучающийся:

Правильно выполнил большую часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 28-35 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

##### 0-27 баллов ставится, если обучающийся:

Задания выполнил менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.1.3. Содержание оценочного средства

Темы 1-7

### Лабораторная работа 1

#### Элементарная теория погрешностей

вариант	1 задание	2 задание	3 задание
	Определить, какое равенство точнее.	Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: а) в узком смысле; б) в широком смысле. Определить абсолютную погрешность результата.	Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.
№ 1.	$\sqrt{44} = 6,63$ или $19/41=0,463$ .	а) 22,553( $\pm 0,016$ ); б) 2,8546; $\delta = 0,3\%$ .	а) 0,2387; б) 42,884.
№ 2.	$7/15 = 0,467$ или $\sqrt{30}=5,48$ .	а) 17,2834; $\delta = 0,3\%$ . б) 6,4257 ( $\pm 0,0024$ ).	а) 3,751; б) 0,537.
№ 3.	$\sqrt{10,5} = 3,24$ или $4/17 = 0,235$ .	а) 34,834; $\delta = 0,1\%$ ; б) 0,5748 ( $\pm 0,0034$ ).	а) 11,445; б) 2,043.
№ 4.	$15/7 = 2,14$ или $\sqrt{10} = 3,16$ .	а) 2,3485 ( $\pm 0,0042$ ); б) 0,34484; $\delta = 0,4\%$ .	а) 2,3445; б) 0,745.
№ 5.	$6/7 = 0,857$ или $\sqrt{4,8} = 2,19$ .	а) 5,435 ( $\pm 0,0028$ ); б) 10,8441; $\delta = 0,5\%$ .	а) 8,345; б) 0,288.
№ 6.	$12/11 = 1,091$ или $\sqrt{6,8} = 2,61$ .	а) 8,24163; $\delta = 0,2\%$ ; б) 0,12356 ( $\pm 0,00036$ ).	а) 12,45; б) 3,4453.
№ 7.	$2/21=0,095$ или $\sqrt{22} = 4,69$ .	а) 2,4543 ( $\pm 0,0032$ ); б) 24,5643; $\delta = 0,1\%$ .	а) 0,374; б) 4,348.

№8.	$23/15=1,53$ или $\sqrt{9,8} = 3,13$ .	a) 23,574; $\delta = 0,2\%$ ; б) 8,3445 ( $\pm 0,0022$ ).	a) 20,43; б) 0,576.
№ 9.	$6/11=0,545$ или $\sqrt{83} = 9,11$ .	a) 21,68563; $\delta = 0,3\%$ ; б) 3,7834 ( $\pm 0,0041$ ).	a) 41,72; б) 0,678.
№ 10.	$17/19 = 0,895$ или $\sqrt{52} = 7,21$ .	a) 13,537 ( $\pm 0,0026$ ); б) 7,521; $\delta = 0,12\%$ .	a) 5,634; б) 0,0748.
№ 11.	$21/29 = 0,723$ или $\sqrt{44} = 6,63$ .	a) 0,3567; $\delta = 0,042\%$ ; б) 13,6253 ( $\pm 0,0021$ ).	a) 18,357; б) 2,16.
№ 12.	$50/19 = 2,63$ или $\sqrt{27} = 5,19$ .	a) 1,784 ( $\pm 0,0063$ ); б) 0,85637; $\delta = 0,21\%$ .	a) 0,5746; б) 236,58.
№ 13.	$13/17 = 0,764$ или $\sqrt{31} = 5,56$ .	a) 3,6878 ( $\pm 0,0013$ ); б) 15,873; $\delta = 0,42\%$ .	a) 14,862; б) 8,73.
№ 14.	$7/22 = 0,318$ или $\sqrt{13} = 3,60$ .	a) 27,1548 ( $\pm 0,0016$ ); б) 0,3945; $\delta = 0,16\%$ .	0,3648; б) 21,7.
№ 15.	$17/11 = 1,545$ ; $\sqrt{18} = 4,24$	a) 0,8647 ( $\pm 0,0013$ ); б) 24,3618; $\delta = 0,22\%$ .	a) 2,4516; б) 0,863.
№ 16.	$5/3=1,667$ или $\sqrt{38} = 6,16$ .	a) 3,7542; $\delta = 0,32\%$ ; б) 0,98351 ( $\pm 0,00042$ ).	a) 62,74; б) 0,389.
№ 17.	$49/13 = 3,77$ или $\sqrt{14} = 3,74$ .	a) 83,736; $\delta = 0,085\%$ ; б) 5,6483 ( $\pm 0,0017$ ).	a) 5,6432; б) 0,00858.
№ 18.	$13/7=1,857$ или $\sqrt{7} = 2,64$ .	a) 2,8867; $\delta = 0,43\%$ ; б) 32,7486 ( $\pm 0,0012$ ).	a) 0,0384; б) 63,745.
№19.	$19/12=1,58$ или $\sqrt{12}=3,46$ .	a) 4,88445 ( $\pm 0,00052$ ); б) 0,096835; $\delta = 0,32\%$ .	a) 12,688; б) 4,636.
№ 20.	$51/11 = 4,64$ или $\sqrt{35} = 5,91$ .	a) 38,4258 ( $\pm 0,0014$ ); б) 0,66385; $\delta = 0,34\%$	a) 6,743; б) 0,543.
№ 21.	$18/7 = 2,57$ или $\sqrt{22} = 4,69$ .	a) 0,39642 ( $\pm 0,00022$ ); б) 46,453; $\delta = 0,15\%$ .	a) 15,644; б) 6,125.
№ 22.	$19/9 = 2,11$ или $\sqrt{17} = 4,12$ .	a) 5,8425; $\delta = 0,23\%$ . б) 0,66385 ( $\pm 0,00042$ ).	a) 0,3825; б) 24,6.
№ 23.	$16/7=2,28$ или $\sqrt{11} = 3,32$ .	a) 24,3872; $\delta = 0,34\%$ ; б) 0,75244 ( $\pm 0,00013$ ).	a) 16,383; б) 5,734.
№ 24.	$20/13=1,54$ или $\sqrt{63} = 7,94$ .	a) 2,3684 ( $\pm 0,0017$ ); б) 45,7832; $\delta = 0,18\%$ .	a) 0,573; б) 3,6761.
№ 25.	$12/7 = 1,71$ или $\sqrt{47} = 6,86$ .	a) 72,354; $\delta = 0,24\%$ ; б) 0,38725 ( $\pm 0,00112$ ).	a) 18,275; б) 0,00644.
№ 26.	$6/7 = 0,857$ или $\sqrt{41} = 6,40$ .	a) 0,36127 ( $\pm 0,00034$ ); б) 46,7843; $\delta = 0,32\%$ .	a) 3,425; б) 7,38.
№ 27.	$23/9 = 2,56$ или $\sqrt{87} = 9,33$ .	a) 23,7564; $\delta = 0,44\%$ ; б) 4,57633 ( $\pm 0,00042$ ).	a) 3,75; б) 6,8343.
№ 28.	$27/31=0,872$ или $\sqrt{42} = 6,48$ .	a) 15,8372 ( $\pm 0,0026$ ); б) 0,088748; $\delta = 0,56\%$ .	a) 3,643; б) 72,385.
№ 29.	$7/3 = 2,33$ или $\sqrt{58} = 7,61$ .	a) 3,87683; $\delta = 0,33\%$ ; б) 13,5726 ( $\pm 0,0072$ ).	a) 26,3; б) 4,8556.
№ 30.	$14/17 = 0,823$ или $\sqrt{53} = 7,28$ .	a) 0,66835 ( $\pm 0,00115$ ); б) 23,3748; $\delta = 0,27\%$ .	a) 43,813; б) 0,645.

## Лабораторная работа № 2. Основы программирования в SciLab

### Задание 1

- Выполнить в режиме калькулятора следующие действия: а) Ввод исходных операндов. б) Выполнить над операндами 1 и 2 операцию 1. в) Выполнить над результатом и операндом 1 операцию 2. г) Выполнить над результатом и операндом 2 операцию 3. д) Возвести операнд 1 поэлементно в степень 3.

### Задание 2

#### Задание 2.1

- Ввести в коде программы текст в виде комментария как заглавие программы.
- Ввести исходные данные.
- Задать изменение аргумента.
- Вычислить значения функций 1 и 2 для аргумента в заданном интервале.
- Вывести графики функций одновременно на одном графике в декартовых координатах. Для

разных графиков использовать разный тип линий.

Задание 2.2

- Повторить задание 2.1, но графики функций вывести в двух подокнах на одном графике. Графики в столбиковом формате.

Задание 2.3

- Повторить задание 2.1, но графики функций вывести в четырёх подокнах с разными стилями линий на одном графике. Использовать функции plot2d, plot2d2, plot2d3, plot2d4.

Варианты заданий

№	Функция 1	Функция 2	a	b	h
1.	$y = \sin(x)$	$z = \exp(x+3)/5000 - 1$	-2pi	2pi	pi/20
2.	$y = \cos(x)$	$z = 0.00025e^{3-x} - 0.6$	-2pi	2pi	pi/20
3.	$y =  \operatorname{tg}(x)  + 0.1$	$z = (1+x)^6$	-2pi	2pi	pi/20
4.	$y = (x^2-1)/15$	$z = 1+\sin(x)$	-2pi	2pi	pi/20
5.	$y = (x^3-2)/15$	$z = 5\cos(x)$	-2pi	2pi	pi/20
6.	$y = x^2 - 10$	$z = 0.025\exp(-1.2x)$	-5	5	1
7.	$y = 3\sin(x)$	$z=0.015x^3$	-5	5	1
8.	$y = 4\sin(x)$	$z = 0.05x^2$	1	10	1

**Лабораторная работа №3. Решение алгебраических уравнений с одной неизвестной**

1	Задать полином: $p_1(z) = z^5 + 7z^4 + 19z^3 + 25z^2 + 16z + 4$ . Вычислите его корни.
2	Для полинома $p_1(z)$ определить максимальную степень, вычислить производную и преобразовать полином в строку.
3	Найти корни полинома $6 - 5x + x^2$ .
4	Задать два полинома $p_1$ и $p_2$ с корнями соответственно $[1 -3 0 7 8 -9]$ , $[-10 -1.3 -7.5 0 0.9]$ Найти их сумму, разность, частное и произведение.
5	5. Создать полином $6 + 15x + 2x^2 + x^4$ , вычислить его значения в диапазоне $[-5 \leq x \leq 5]$ . Построить график зависимости $p(x)$ .
6	Создать полином вида: $-120 + 274x - 225x^2 + 85x^3 - 15x^4 + x^5$ . Вычислить значения этого полинома в 5 точках (0, -4, 5, 7.5, 10).
7	Задать полином вида $p = 10 - 15x + 3x^5 + 2x^7$ . Найти его корни.
8	Создать полином : $-1.2 + 2.7x + 22.5x^2 - 8.5x^4 - 7x^5$ . Вычислить значения этого полинома в 3 точках (0, -4, 7.5).

<b>9</b>	Задать два полинома $p_1$ и $p_2$ с корнями соответственно $[1 -3 0 7]$ , $[-10 -1 -7 0.9]$ Найти их сумму, разность, частное и произведение. Вычислить значения этого произведения полиномов в 3 точках $(0, -4, 7.5)$ .
<b>10</b>	Задан полином $p = \frac{x}{x^2-3x-4}$ . Вычислить его значение при $x=1$ . Найти производную.

#### Лабораторная работа №4. Решение трансцендентных уравнений с одной неизвестной

Отделить графически и найти корни уравнения, используя функцию `fsolve()`

- 1 |  $\log_2(x+2) \cdot (x-1) - 1 = 0$
- 2 |  $3x + \cos(x) + 1 = 0$
- 3 |  $x \cdot \sqrt{x+1} - 1 = 0$
- 4 |  $x^2 - \ln(1+x) - 3 = 0$
- 5 |  $x \cdot 2^x - 1 = 0$
- 6 |  $\cos(2x) - 2\sin(x) + x = 0$
- 7 |  $(2-x) \cdot \exp(x) - 0.5 = 0$
- 8 |  $5x - 8\ln(x) - 8 = 0$
- 9 |  $\sqrt{1-x} - \operatorname{tg}(x) = 0$
- 10 |  $2\arctg(x) - 1/(2x^3) = 0$

#### Лабораторная работа №5. Решение систем уравнений

1. Решить систему линейных уравнений, используя функцию `linsolve()`:

- 1) 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -1 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
- 2) 
$$\begin{cases} -4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$$
- 3) 
$$\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ -4x_1 - 2x_2 + 9x_3 = -3 \end{cases}$$
- 4) 
$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -4 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений, используя обратную матрицу:

- 1) 
$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -3 \\ -2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases}$$
- 2) 
$$\begin{cases} -8x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 1 \\ -3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -1 \end{cases}$$
- 3) 
$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

3. Решить систему нелинейных уравнений, используя функцию `fsolve()`. Начальные значения корней локализовать графически:

$$1) \begin{cases} \sin(x_1 + x_2) - 1.3x_1 - 1 = 0 \\ x_1^2 + 0.2x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \tan(x_1 x_2 + 0.2) - x_1^2 = 0 \\ 0.6x_1^2 + 2x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \sin(x_1 + x_2) - 1.6x_1 - 1 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

### Лабораторная работа №6. Методы интерполяции

1. Задана функция  $f$  согласно таблице. Линейно интерполировать функцию  $f$  и построить её график на интервале  $s$  с шагом 0,01, найти её значение в точке  $x^*$ :

а)

$$s = [-6; 0], x^* = -2$$

б)

$$s = [-5; 1], x^* = -2$$

в)

$$s = [-2; 3], x^* = 0.5$$

2. Постройте сплайн, который проходит через точки  $(-\pi, 0)$ ,  $(-\pi/2, -1)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(\pi/2, 1)$  и  $(\pi, 0)$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$  с шагом  $\pi/20$ . Учитывая, что начальные данные задаются функцией  $y = \sin x$ , определите сумму квадратов отклонений для точек  $-\pi/4$ ;  $-\pi/6$ ;  $-\pi/3$ ;  $\pi/6$ ;  $\pi/4$ . Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.

3. В таблице приведены данные о температуре в пригороде Лос-Анджелеса за 12 часов (в °F).

Время	Температура	Время	Температура
1	58	7	57
2	58	8	58
3	58	9	60
4	58	10	64
5	57	11	67
6	57	12	68

Переведите данные в градусы Цельсия. Определите коэффициенты сплайна, который описывает эти данные. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике.

4. Испанский производитель цитрусовых характеризуется следующим объемом продаж:

год	1965	1970	1980	1985	1990	1991
объем продаж (\$)	17769	24001	25961	34336	29036	33417

Используя сплайн, оцените объем продаж в 1962, 1977 и 1992 годах. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике.

5. В таблице приведены цены на журнал в евро.

		ноябрь 1987	декабрь 1988	ноябрь 1990	январь 1993	январь 1995	январь 1996	ноябрь 1996	ноябрь 2000
$x_1$	$x_2$								
-4	-3	4,5	5,0	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,0

Оцените стоимость издания в ноябре 2002 года, с помощью сплайна. Как изменится оценка для ноября 2002 года, если станет известно, что в ноябре 1991 года стоимость издания составила 6,3 евро? Постройте графики сплайна и исходных данных.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
-3	-1	0	1	-1	2

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
-1	0	1	2	1	1	-1	7

### Лабораторная работа №7. Аппроксимация

1 Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом первой степени

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
-4	-3	-1	-2	0	-1

2 Аппроксимировать таблично заданную функцию полиномом второй степени

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
-3	-1	0	1	-1	2

3

Задан набор экспериментальных данных  $y$ , зависящих от  $x$ . Известно, что экспериментальные значения  $y_i$  содержат ошибки. Считая, что реальная зависимость  $(x_i, y_i)$  имеет вид  $y = C_1 x \cos(C_2 x) + C_3$ , найти параметры  $C_1, C_2, C_3$ .

$x = 0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad 3.5 \quad 4 \quad 4.5 \quad 5 \quad 5.5 \quad 6$   
 $y = 5.02 \quad 6.08 \quad 3.33 \quad -0.93 \quad -0.22 \quad 7.83 \quad 16.52 \quad 15.55 \quad 2.67 \quad -11.42 \quad -11.78 \quad 5.09 \quad 25.25$

4

Для табличной функции

$x_i$	0.5	1	1.5	2	2.5
$y_i$	10.5	1.6	0.55	0.26	0.15

подобрать подходящий вид аппроксимирующей её нелинейной зависимости из ряда:

а)  $y = ax^b$  б)  $y = ae^{bx}$  в)  $y = a + b/x$  г)  $y = 1/(a + bx)$   
Сравнить между собой среднеквадратические погрешности.

5

Найти параметры следующей функции  $y = x/(Ax + B)$ , если заданы её значения в 10 точках:

$x \quad 3 \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \quad 3.4 \quad 3.5 \quad 3.6 \quad 3.7 \quad 3.8 \quad 3.9$   
 $y \quad 0.61 \quad 0.6 \quad 0.592 \quad 0.58 \quad 0.585 \quad 0.583 \quad 0.582 \quad 0.57 \quad 0.572 \quad 0.571$

### Лабораторная работа №8. Численное дифференцирование и интегрирование

Вычислить каждый из указанных интегралов тремя способами (с помощью функций

1 **inttrap()**, **intg()**, **integrate()**). Сравните результаты.

1.  $\int_0^1 \frac{1}{x^2-1} dx$       2.  $\int_1^3 (x^2 + 3x - 8) dx$       3.  $\int_0^\pi x \sin x dx$

2 Вычислить интеграл  $\int_0^1 \left( \operatorname{tg}(x^{2+x}) \frac{x}{x+1} + x \right) dx$ , используя функцию **intg()**.

3 Вычислить значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$

1. 
$$f(x) = \sin\left(\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) \quad x_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. 
$$f(x) = \operatorname{tg}\left(\cos\left(\frac{\sqrt{5} + \sin x}{1 + x^2}\right)\right) \quad x_0 = \frac{1 + \sqrt{5}}{3}$$

3. 
$$f(x) = \sin(x^3 - 7x^2 + 6x + 8) \quad x_0 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

### Лабораторная работа №9. Приближённое решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Вариант 1

1. Решите дифференциальное уравнение первого порядка  $y' = 3x^2$  при начальном условии  $y(2) = 0,5$  на интервале  $2 \leq x \leq 4$ . Постройте график.
2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть  $x(t)$  и  $y(t)$  определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени  $t$ . Коэффициенты модели задаются:  $A=1$ ;  $B=0,01$ ;  $C=0,0001$ ;  $D=0,4$ . Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было  $x(0)=2000$  кроликов и  $y(0)=50$  лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение  $\frac{d^2y}{dt^2} + ty = \sin t$  с учетом начальных условий  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 0$  на интервале  $t \in [0,2]$ .

Вариант 2

1. Найдите решение ОДУ  $y' = -y^3 + 0,2 \sin x$  с начальным условием  $y(0) = 0,707$  на интервале  $0 \leq x \leq 10$ . Постройте график.
2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть  $x(t)$  и  $y(t)$  определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени  $t$ . Коэффициенты модели задаются:  $A=4$ ;  $B=0,04$ ;  $C=0,0004$ ;  $D=0,8$ . Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было  $x(0)=6000$  кроликов и  $y(0)=120$  лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение  $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = t - 1$  с учетом начальных условий  $y(0) = y'(0) = 0$ , на интервале  $t \in [0,10]$ .

#### 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

По дисциплине предусмотрен экзамен. Экзамен проходит по билетам. В каждом билете один теоретический вопрос и одна задача. Экзамен проводится в устной, письменной или компьютерной форме. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

##### 4.2.1. Устный или письменный ответ на вопрос

###### 4.2.1.1. Порядок проведения.

Устный или письменный ответ на вопрос направлен на проверку знаний основных разделов по дисциплине «Численные методы».

#### **4.2.1.2. Критерии оценивания.**

##### **17-20 баллов ставится, если обучающийся:**

В ответе качественно раскрыл содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **14-16 баллов ставится, если обучающийся:**

Основные вопросы темы раскрыл. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **11-13 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему частично раскрыл. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

##### **0--10 баллов ставится, если обучающийся:**

Тему не раскрыл. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

#### **4.2.1.3. Оценочные средства.**

##### **Вопросы для устного или письменного ответа**

1. Измерение. Погрешность. Виды и источники погрешностей.
2. Приближенные решения уравнений и их систем. Постановка задачи. Два этапа решения задачи.
3. Отделение корней.
4. Уточнение корней методом проб.
5. Уточнение корней методом хорд (пропорционального деления).
6. Уточнение корней методом касательных (метод Ньютона).
7. Уточнение корней комбинированным методом.
8. Уточнение корней методом простой итерации.
9. Точные методы решения систем линейных уравнений.
10. Приближенные методы решения систем уравнений.
11. Интерполирование функций. Постановка задачи интерполирования и задачи параболического интерполирования.
12. Метод неопределенных коэффициентов. Единственность решения задачи.
13. Интерполяционная формула Лагранжа.
14. Первая интерполяционная формула Ньютона.
15. Вторая интерполяционная формула Ньютона.
16. Погрешность параболического интерполирования.
17. Интерполирование сплайнами
18. Приближенное дифференцирование.
19. Численные методы вычисления интегралов
20. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
21. Формулы прямоугольников.
22. Формула трапеции.
23. Обобщенная формула трапеции.
24. Формула Симпсона.
25. Обобщенная формула Симпсона.
26. Оценка погрешности методом двойного пересчета.
27. Метод Монте-Карло вычисления интегралов
28. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Дифференциальное уравнение и его решение.
29. Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений.
30. Метод Рунге-Кутты решения дифференциальных уравнений.
31. Решение уравнений с частными производными методом сеток.
32. Обработка экспериментальных данных. Постановка задачи. Два этапа решения поставленной задачи.
33. Метод средних.
34. Метод наименьших квадратов.

#### **4.2.2. Решение задач**

##### **4.2.2.1. Порядок проведения.**

Предлагаются задачи на проверку умений решать задачи численных методов.

##### **4.2.2.2. Критерии оценивания.**

##### **26-30 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью и правильно.

##### **21-25 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования. Или при верном решении допущена вычислительная ошибка или недочет, не влияющий на правильную последовательность рассуждений.

**17-20 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание выполнено частично или с фактическими и вычислительными ошибками.

**0-16 баллов ставится, если обучающимся:**

Задание не выполнено или выполнено с большим количеством фактических и вычислительных ошибок.

**4.2.2.3. Оценочные средства.**

1. Решить способом хорд и касательных с точностью до 0,01 следующее уравнение

$$x^4 + 3x - 20 = 0.$$

2. Решить способом хорд и касательных с точностью до 0,01 следующее уравнение

$$x^3 - 2x - 5 = 0.$$

3. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, найти уравнение параболы проходящей через точки (2; 0), (4; 3), (6; 5), (8; 4), (10; 1).

4. Даны точки (0; 3), (2; 1), (3; 5), (4; 7). Используя интерполяционную формулу Лагранжа, составить уравнение функции, принимающей указанные значения при заданных значениях аргумента.

5. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, построить функцию, принимающую значения заданные таблицей.

x	1	3	4	6
y	-7	5	8	14

6. Даны десятичные логарифмы чисел:

$$\lg 2,0 = 0,30103, \lg 2,1 = 0,32222, \lg 2,2 = 0,34242,$$

$$\lg 2,3 = 0,36173, \lg 2,4 = 0,38021, \lg 2,5 = 0,39794.$$

Пользуясь интерполяционной формулой Ньютона, найти  $\lg 2,03$ .

7. По формуле прямоугольников вычислить  $I = \int_1^2 \sqrt{x} dx$ , разбив интервал интегрирования на 10 частей.

Оценить погрешность.

$$I = \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$$

8. По формуле Симпсона вычислить  $I = \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ , с точностью до 0,001

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

9. По формуле трапеций вычислить  $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ , с точностью до 0,01

10. Найти, используя метод Эйлера, значения функции  $y$ , определяемой дифференциальным уравнением

$$y' = \frac{y-x}{y+x}$$

, при начальном условии  $y(0) = 1$ , принимая  $h = 0,1$ . Ограничиваясь отысканием первых четырех значений  $y$ .

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

**Основная литература:**

1. Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1852192>
2. Карманова, Е. В. Численные методы : учебное пособие / Е. В. Карманова. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1142479>
3. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах : учебное пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1888-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212063>
4. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 512 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969>
5. Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций : учебное пособие / В. А. Срочко. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210359>.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2023

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Office Professional Plus 2010

GIMP

Inkscape

Notepad ++

Python

Lazarus

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»